A1

Università IUAV - Compito di Analisi Mat. & Geometria

2/2/18

nome ________ cognome ________ matr. ________

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - y - 2w - 3z = 1 \\ 3x + 3y - w - 2z = -2 \\ -4x - 7y + z = 5 \\ 7x + y - 5w - 8z = 0 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Dati i piani $\pi_1 : 2x - y + 4z = 1$, $\pi_2 : x - y - 3z = 4$, determinare il piano π_3 passante per $A(0, -3, 1)$ ed ortogonale a π_1 e π_2.

3) Determinare massimi e minimi della funzione: $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x}{x^2 - 3}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \left| \sin 2x - \cos x \right| dx$.

1) RIDUCIAMO A SCALA LE MATRICI COMPLETA E INCOMPLETA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & -2 & -3 & 1 \\ 3 & 3 & -1 & -2 & -2 \\ -4 & -7 & 0 & 1 & 5 \\ 7 & 1 & -5 & -8 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{A_3+2A_1 \\ 2A_4-7A_1}]{2A_2-3A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 9 & 4 & 5 & -7 \\ 0 & -9 & -4 & -5 & 7 \\ 0 & 9 & 4 & 5 & -7 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4-A_2]{A_3+A_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 9 & 4 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\operatorname{car}(A) = \operatorname{car}(A|B) = 2$

IL SISTEMA AMMETTE $\infty^{4-2} = \infty^2$ SOLUZIONI. RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} 2x - y - 2w - 3z = 1 \\ 9y + 4w + 5z = -7 \end{cases}$$

POSTO $w = s$, $z = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$ TROVIAMO:

$$y = -\frac{4w + 5z + 7}{9} = -\frac{4s + 5t + 7}{9}$$

$$x = \frac{y + 2w + 3z + 1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{-4s - 5t - 7}{9} + 2s + 3t + 1\right) = \frac{7s + 11t + 1}{9}.$$

2) ABBIAMO:

$$\pi_1 \perp \vec{n}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\pi_2 \perp \vec{n}_2 = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$$

IL PIANO π_3 DOVRA' ESSERE ORTOGONALE A $\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2$:

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = 7\vec{i} + 10\vec{j} - \vec{k}$$

DOVENDO PASSARE PER $A(0,-3,1)$, π_3 HA EQUAZIONE:

$$7x + 10(y+3) - 1(z-1) = 0 \Rightarrow 7x + 10y - z + 31 = 0$$

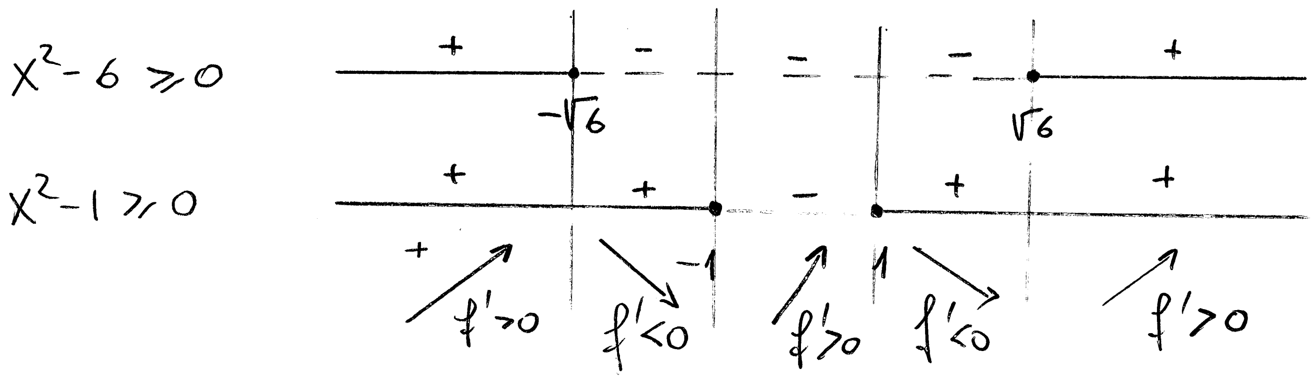
---

3) $f(x)$ E' CONTINUA E DERIVABILE PER $x \neq \pm\sqrt{3}$:

$$f'(x) = \frac{(3x^2-2)(x^2-3) - (x^3-2x)2x}{(x^2-3)^2} = \frac{x^4 - 7x^2 + 6}{(x^2-3)^2} = \frac{(x^2-6)(x^2-1)}{(x^2-3)^2}$$

QUINDI ABBIAMO:

$$f'(x) \geq 0 \iff (x^2-6)(x^2-1) \geq 0, \quad x \neq \pm\sqrt{3}$$



QUINDI: $x = -\sqrt{6}, 1$ SONO MASSIMI RELATIVI

$x = -1, \sqrt{6}$ SONO MINIMI RELATIVI

A3

$f(\pm\sqrt{2}) = f(0) = 0$

$f(1) = \frac{1}{2}\,,\quad f(-1) = -\frac{1}{2}$

$f(-\sqrt{6}) = -\frac{4}{3}\sqrt{6}$

$f(\sqrt{6}) = \frac{4}{3}\sqrt{6}$

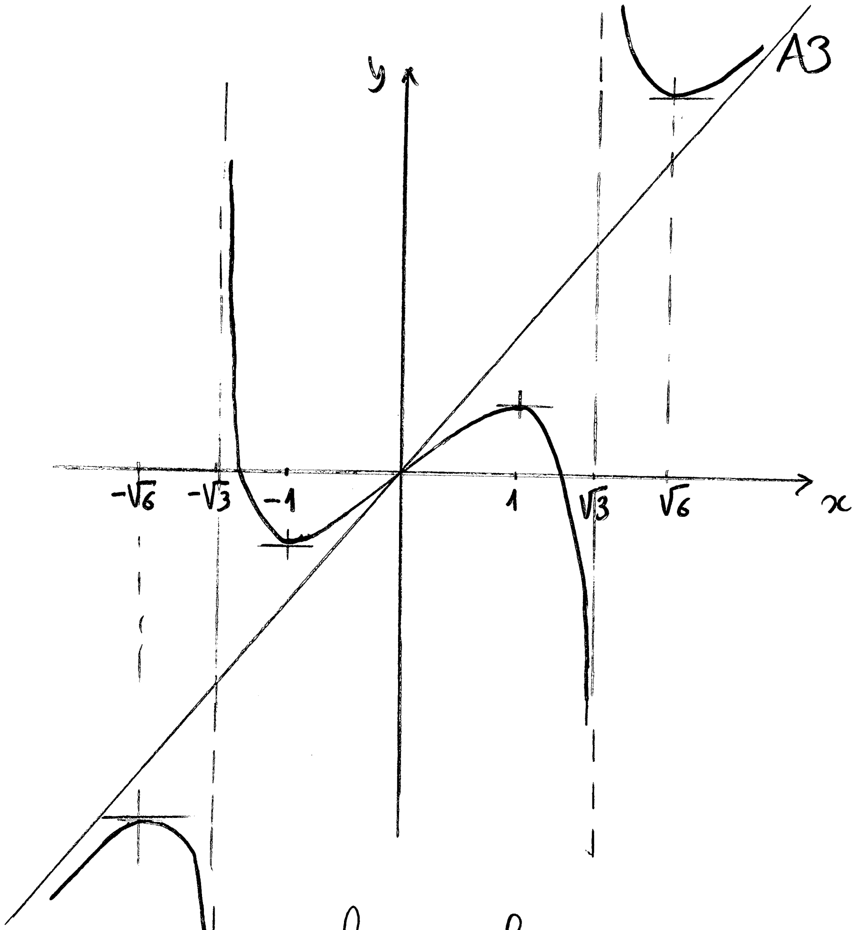
INOLTRE :

$\lim_{x\to\sqrt{3}^-} f(x) = -\infty,$

$\lim_{x\to\sqrt{3}^+} f(x) = +\infty;$

$\lim_{x\to-\sqrt{3}^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to-\sqrt{3}^+} f(x) = +\infty$



$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) - x = 0$

QUINDI $f(x)$ NON HA MAX, MIN. ASSOLUTI.

4) $\operatorname{sen}2x - \cos x = 2\operatorname{sen}x\cos x - \cos x = \cos x\,(2\operatorname{sen}x - 1)$

QUINDI IN $[0, \pi/2]$ ABBIAMO:

$$|\operatorname{sen}2x - \cos x| = \begin{cases} \cos x - \operatorname{sen}2x & \text{IN } [0, \frac{\pi}{6}) \\ \operatorname{sen}2x - \cos x & \text{IN } [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\int_0^{\pi/2} |\operatorname{sen}2x - \cos x|\,dx = \int_0^{\pi/6} (\cos x - \operatorname{sen}2x)\,dx + \int_{\pi/6}^{\pi/2} (\operatorname{sen}2x - \cos x)\,dx$$

$$= \left[\operatorname{sen}x + \frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\pi/6} + \left[-\frac{1}{2}\cos 2x - \operatorname{sen}x\right]_{\pi/6}^{\pi/2} =$$

$$= \left[\cancel{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{2}}\right] + \left[-\frac{1}{2}(-1) - 1 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

B1

Università IUAV - Compito di Analisi Mat. & Geometria 2/2/18

nome ____________ cognome ____________ matr. ____________

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - y + w = 0 \\ 3x + 2y + w - 3z = 1 \\ -4x - 5y - w + 6z = -2 \\ 5x - 6y + 3w + 3z = -1 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Dati i piani $\pi_1 : x - 2y + z = 4$, $\pi_2 : 2x - y - z = 1$, determinare il piano π_3 passante per $A(2, -1, 1)$ ed ortogonale a π_1 e π_2.

3) Determinare massimi e minimi della funzione: $f(x) = \dfrac{x^3 + 10x}{x^2 + 1}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \left| \sqrt{3} \tan x - 2 \sin x \right| dx$.

1) RIDUCIAMO A SCALA LE MATRICI COMPLETA E INCOMPLETA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -3 & 1 \\ -4 & -5 & -1 & 6 & -2 \\ 5 & -6 & 3 & 3 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{A_3+2A_1 \\ 2A_4-5A_1}]{2A_2-3A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -1 & -6 & 2 \\ 0 & -7 & 1 & 6 & -2 \\ 0 & -7 & 1 & 6 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4+A_2]{A_3+A_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -1 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\mathrm{car}(A) = \mathrm{car}(A|B) = 2$

IL SISTEMA AMMETTE $\infty^{4-2} = \infty^2$ SOLUZIONI. RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} 2x - y + w = 0 \\ 7y - w - 6z = 2 \end{cases}$$

POSTO $w = s,\ z = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$ RICAVIAMO

$$y = \frac{w + 6z + 2}{7} = \frac{s + 6t + 2}{7},$$

$$x = \frac{y - w}{2} = \frac{1 + 3t - 3s}{7}.$$

2) ABBIAMO : $\pi_1 \perp \vec{n}_1 = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

$\pi_2 \perp \vec{n}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

IL PIANO π_3 DOVRA' ESSERE PERPENDICOLARE A $\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2$:

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

POICHÈ π_3 DEVE PASSARE PER $A(2,-1,1)$, TROVIAMO L'EQUAZIONE

$$\pi_3 : \quad 3(x-2) + 3(y+1) + 3(z-1) = 0$$

$$\Rightarrow \pi_3 : \quad x + y + z - 2 = 0$$

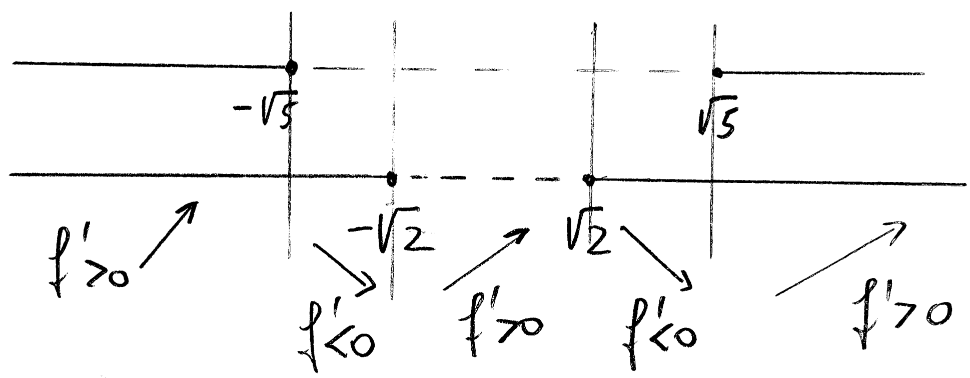
3) $f(x)$ E' CONTINUA E DERIVABILE PER OGNI x :

$$f'(x) = \frac{(3x^2+10)(x^2+1) - (x^3+10x)\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^4 - 7x^2 + 10}{(x^2+1)^2} = \frac{(x^2-5)(x^2-2)}{(x^2+1)^2}.$$

QUINDI $f'(x) \geq 0 \iff (x^2-5)(x^2-2) \geq 0$

$x^2 - 5 \geq 0$

$x^2 - 2 \geq 0$



NE SEGUE CHE :

$x = -\sqrt{5}, \sqrt{2}$ SONO MASSIMI RELATIVI

$x = -\sqrt{2}, \sqrt{5}$ SONO MINIMI RELATIVI

$f(0)=0$

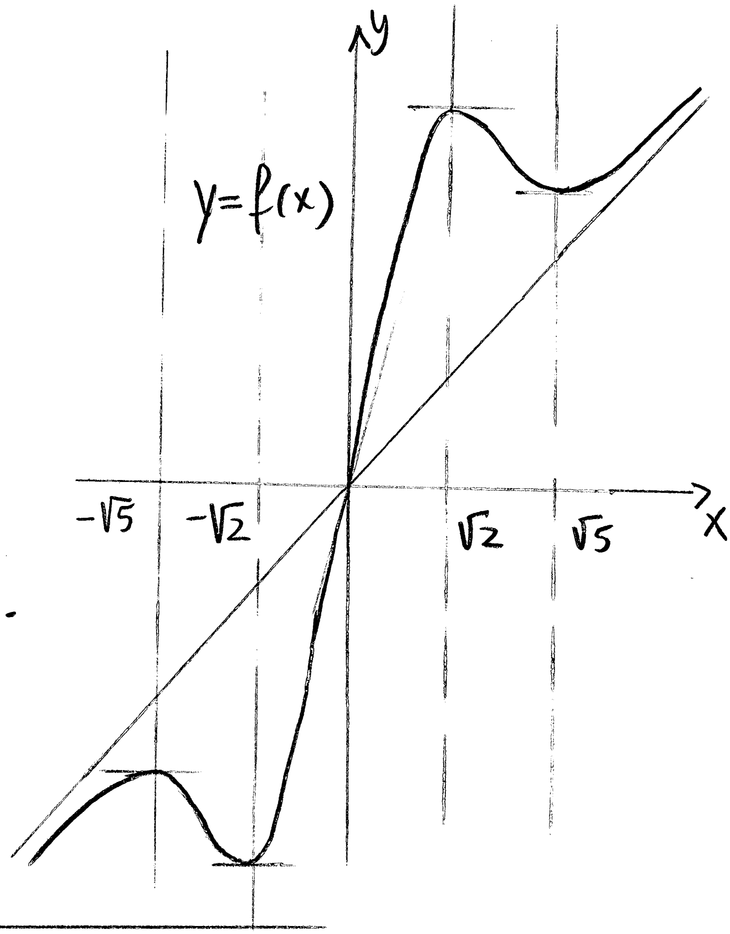
$f(\pm\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}$

$f(\pm\sqrt{5}) = \pm \frac{5}{3}\sqrt{5}$

$\lim_{x\to\pm} f(x) = +\infty$

QUINDI $f(x)$ NON HA MASSIMI E MINIMI ASSOLUTI.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) - x = 0$



4) POICHÉ $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x - 2\,\mathrm{sen}\,x = 2\frac{\mathrm{sen}\,x}{\cos x}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x\right)$,

NELL'INTERVALLO $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ ABBIAMO:

$$|\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x - 2\,\mathrm{sen}\,x| = \begin{cases} 2\,\mathrm{sen}\,x - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x, & x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right) \\ \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x - 2\,\mathrm{sen}\,x, & x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right] \end{cases}$$

QUINDI:

$$\int_0^{\pi/3} |\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x - 2\,\mathrm{sen}\,x|\,dx = \int_0^{\pi/6} (2\,\mathrm{sen}\,x - \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x)\,dx +$$

$$+ \int_{\pi/6}^{\pi/3} (\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x - 2\,\mathrm{sen}\,x)\,dx = \left[-2\cos x + \sqrt{3}\ln(\cos x)\right]_0^{\pi/6}$$

$$+ \left[-\sqrt{3}\ln(\cos x) + 2\cos x\right]_{\pi/6}^{\pi/3} = \left[-2\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\right]$$

$$+ \left[-\sqrt{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cdot\frac{1}{2} + \sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = \sqrt{3}\ln\left(\frac{3}{2}\right) + 3 - 2\sqrt{3}.$$

C1

Università IUAV - Compito di Analisi Mat. & Geometria

2/2/18

nome cognome matr.

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x-3y+w-2z=3 \\ 3x-y+2w-z=2 \\ -4x-2y-w+z=-1 \\ 4x+3y-w-2z=1 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Determinare l'angolo fra i vettori **u**, **v** sapendo che $\|\mathbf{u}\| = 1$, $\|\mathbf{v}\| = 2$ e $(\mathbf{u}+2\mathbf{v})\cdot(3\mathbf{u}-\mathbf{v}) = \mathbf{0}$.

3) Determinare massimi e minimi della funzione: $f(x) = \dfrac{x^2-3}{x^3-2x}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \left|\sqrt{3}\cot x - 2\cos x\right| dx$.

1) RIDUCIAMO A SCALA LE MATRICI COMPLETA E INCOMPLETA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -3 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ -4 & -2 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4-2A_1]{\substack{2A_2-3A_1 \\ A_3+2A_1}} \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -3 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 7 & 1 & 4 & -5 \\ 0 & -8 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 9 & -3 & 2 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4+A_3]{A_2+A_3}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -3 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -8 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4+A_2]{A_3-8A_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -3 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & -11 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\mathrm{car}(A) = \mathrm{car}(A|B) = 3 \Rightarrow$ IL SISTEMA HA $\infty^{4-3} = \infty^1$ SOLUZIONI. RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} 2x-3y+w-2z=3 \\ -y+2w+z=0 \\ -15w-11z=5 \end{cases}$$

POSTO $z=t$ $(t\in\mathbb{R})$ SI HA

$$w = -\frac{11z+5}{15} = -\frac{11t+5}{15},$$

$$y = 2w+z = \frac{-22t-10}{15} + t = -\frac{7t+10}{15},$$

$$x = \frac{3y-w+2z+3}{3} = \frac{1}{2}\left(\frac{-21t-30}{15} + \frac{11t+5}{15} + 2t+3\right) = \frac{20t+20}{30} = \frac{2t+2}{3}.$$

2) PER LE PROPRIETÀ DEL PRODOTTO SCALARE SI HA:

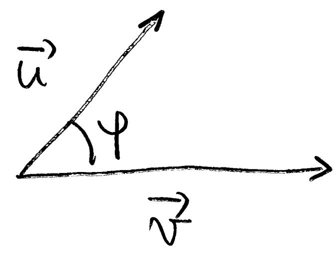
$$(\vec{u}+2\vec{v})\cdot(3\vec{u}-\vec{v}) = 3\|\vec{u}\|^2 - \vec{u}\cdot\vec{v} + 6\,\vec{u}\cdot\vec{v} - 2\|\vec{v}\|^2$$

$$\overset{!}{=} 3\|\vec{u}\|^2 + 5\,\vec{u}\cdot\vec{v} - 2\|\vec{v}\|^2$$

POICHE' $\|\vec{u}\|=1$, $\|\vec{v}\|=2$, $(\vec{u}+2\vec{v})\cdot(3\vec{u}-\vec{v})=0$,

$$\Rightarrow \quad 3\cdot 1 + 5\,\vec{u}\cdot\vec{v} - 2\cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{u}\cdot\vec{v} = 1.$$



QUINDI

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|} = \frac{1}{1\cdot 2} = \frac{1}{2}.$$

POICHE' $0 \le \varphi \le \pi$, TROVIAMO $\varphi = \pi/3$.

3) $f(x)$ E' CONTINUA E DERIVABILE PER $x \neq 0, \pm\sqrt{2}$

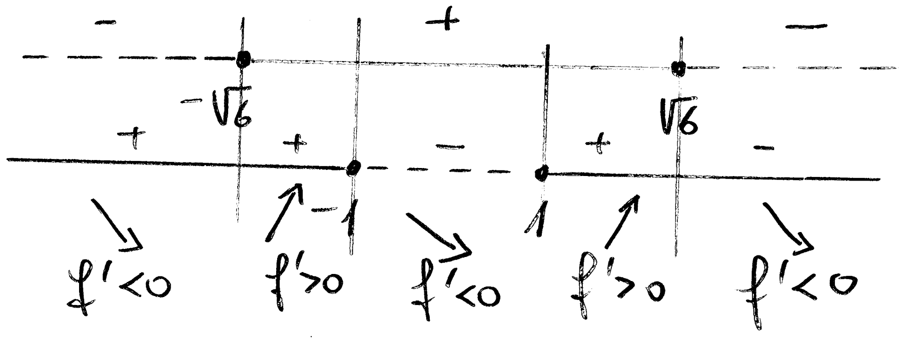
$$f'(x) = \frac{2x(x^3-2x)-(x^2-3)(3x^2-2)}{(x^3-2x)^2} = -\frac{x^4-7x^2+6}{(x^3-2x)^2}$$

$$\overset{!}{=} -\frac{(x^2-6)(x^2-1)}{(x^3-2x)^2}. \quad \text{QUINDI ABBIAMO:}$$

$$f'(x) \geq 0 \iff (6-x^2)(x^2-1) \geq 0, \quad x \neq 0, \pm\sqrt{2}$$

$6-x^2 \geq 0$

$x^2-1 \geq 0$



$x = -1, \sqrt{6}$ SONO MASSIMI RELATIVI

$x = 1, -\sqrt{6}$ SONO MINIMI RELATIVI

POICHE' $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$.

$f(x)$ NON HA MASSIMI E MINIMI ASSOLUTI.

---

4) $$\sqrt{3}\,\text{cotang}\, x - 2\cos x = 2\,\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \operatorname{sen} x\right),$$

QUINDI NELL'INTERVALLO $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ ABBIAMO:

$$|\sqrt{3}\,\text{cotang}\, x - 2\cos x| = \begin{cases} \sqrt{3}\,\text{cotang}\, x - 2\cos x, & x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right], \\ 2\cos x - \sqrt{3}\,\text{cotang}\, x, & x \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} |\sqrt{3}\,\text{cotang}\, x - 2\cos x|\, dx = \int_{\pi/6}^{\pi/3} (\sqrt{3}\,\text{cotang}\, x - 2\cos x)\, dx$$

$$+ \int_{\pi/3}^{\pi/2} (2\cos x - \sqrt{3}\,\text{cotang}\, x)\, dx =$$

$$= \left[\sqrt{3}\ln(\operatorname{sen} x) - 2\operatorname{sen} x\right]_{\pi/6}^{\pi/3} + \left[2\operatorname{sen} x - \sqrt{3}\ln(\operatorname{sen} x)\right]_{\pi/3}^{\pi/2}$$

$$= \left[\sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\,\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}\ln\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{1}{2}\right] +$$

$$+ \left[2 - \sqrt{3}\ln(1) - 2\,\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$$

$$\overset{!}{=} 2\sqrt{3}\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\sqrt{3} + 3 + \sqrt{3}\ln 2$$

$$\overset{!}{=} \sqrt{3}\ln\left(\frac{3}{2}\right) + 3 - 2\sqrt{3}.$$

D1

Università IUAV - Compito di Analisi Mat. & Geometria 2/2/18

nome cognome matr.

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 4x-2y-2w+z=-1 \\ -5x+y-w-3z=-2 \\ -3x+y+2w+z=3 \\ -6x+w+2z=5 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Determinare l'angolo fra i vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ sapendo che $\|\mathbf{u}\|=\mathbf{1}$, $\|\mathbf{v}\|=\mathbf{4}$ e $\|(\mathbf{u}-\mathbf{2v})\wedge(\mathbf{2u}-\mathbf{v})\|=\mathbf{6}$.

3) Determinare massimi e minimi della funzione: $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3+10x}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_0^\pi \left|\sin 2x-\sqrt{2}\sin x\right| dx$

1) RIDUCIAMO A SCALA LE MATRICI COMPLETA E INCOMPLETA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & -1 & -3 & -2 \\ -3 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ -6 & 0 & 1 & 2 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{4A_3+3A_1 \\ 4A_4+6A_1}]{4A_2+5A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -6 & -14 & -7 & -13 \\ 0 & -2 & 2 & 7 & 9 \\ 0 & -12 & -8 & 14 & 14 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4-2A_2]{3A_3-A_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -6 & -14 & -7 & -13 \\ 0 & 0 & 20 & 28 & 40 \\ 0 & 0 & 20 & 28 & 40 \end{array}\right) \xrightarrow{A_4-A_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 4 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -6 & -14 & -7 & -13 \\ 0 & 0 & 20 & 28 & 40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$CAR(A) = CAR(A|B) = 3 \Rightarrow$ IL SISTEMA HA $\infty^{4-3} = \infty^1$ SOLUZIONI. RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} 4x-2y-2w+z=-1 \\ -6y-14w-7z=-13 \\ 20w+28z=40 \end{cases}$$

POSTO $z=t$ $(t\in\mathbb{R})$ ABBIAMO:

$$w=\frac{10-7t}{5}$$

$$y=\frac{13-14w-7z}{6}=\frac{1}{6}\left(13-\frac{140-98t}{5}-7t\right)=$$

$$y = \frac{-75+63t}{30} = \frac{-25+21t}{10}$$

$$x = \frac{2y+2w-z-1}{4} = \frac{1}{4}\left(\frac{-50+42t}{10} + \frac{20-14t}{5} - t - 1\right)$$

$$= \frac{-20+4t}{40} = \frac{t-5}{10}.$$ LA SOLUZIONE E' QUINDI:

$$x = \frac{t-5}{10}, \quad y = \frac{21t-25}{10}, \quad w = \frac{20-14t}{10}, \quad z = t.$$

---

2) PER LE PROPRIETÀ DEL PRODOTTO VETTORIALE

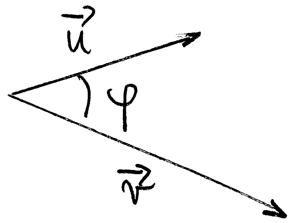
$$(\vec{u}-2\vec{v})\wedge(2\vec{u}-\vec{v}) = -\vec{u}\wedge\vec{v} - 4\vec{v}\wedge\vec{u}$$
$$= 3\vec{u}\wedge\vec{v}.$$

POICHE' $\|(\vec{u}-2\vec{v})\wedge(2\vec{u}-\vec{v})\| = 6$ ABBIAMO

$$3\|\vec{u}\wedge\vec{v}\| = 6 \Rightarrow \|\vec{u}\wedge\vec{v}\| = 2$$

DALLA QUALE SEGUE CHE

$$\sin\varphi = \frac{\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|} = \frac{2}{1\cdot 4} = \frac{1}{2}$$



POICHE' $0 \le \varphi \le \pi$, DEDUCIAMO CHE $\varphi = \frac{\pi}{6}$

OPPURE $\varphi = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5}{6}\pi.$

---

3) $f(x)$ E' CONTINUA E DERIVABILE PER $x \neq 0$

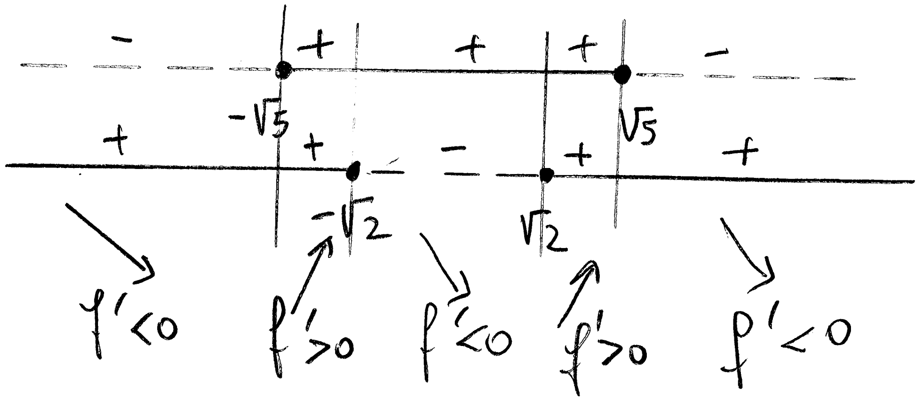
$$f'(x) = \frac{2x(x^3+10x) - (x^2+1)(3x^2+10)}{(x^3+10x)^2} = -\frac{x^4-7x^2+10}{(x^3+10x)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) \geq 0 \iff -(x^2-5)(x^2-2) = (5-x^2)(x^2-2) \geq 0$$
$$x \neq 0$$

D3

$5 - x^2 \geq 0$

$x^2 - 2 \geq 0$



QUINDI $\quad x = -\sqrt{2}, \sqrt{5}$ SONO MASSIMI RELATIVI

$\qquad\qquad x = -\sqrt{5}, \sqrt{2}$ SONO MINIMI RELATIVI

POICHE' $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

$f(x)$ NON HA MASSIMI E MINIMI ASSOLUTI.

4) $\operatorname{sen} 2x - \sqrt{2} \operatorname{sen} x = 2 \operatorname{sen} x \left(\cos x - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$, QUINDI IN $[0, \pi]$ ABBIAMO:

$$|\operatorname{sen} 2x - \sqrt{2} \operatorname{sen} x| = \begin{cases} \operatorname{sen} 2x - \sqrt{2} \operatorname{sen} x, & x \in [0, \frac{\pi}{4}] \\ \sqrt{2} \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 2x, & x \in (\frac{\pi}{4}, \pi] \end{cases}$$

$$\int_0^{\pi} |\operatorname{sen} 2x - \sqrt{2} \operatorname{sen} x| \, dx = \int_0^{\pi/4} (\operatorname{sen} 2x - \sqrt{2} \operatorname{sen} x) \, dx$$

$$+ \int_{\pi/4}^{\pi} (\sqrt{2} \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 2x) \, dx = \left[-\frac{1}{2} \cos 2x + \sqrt{2} \cos x \right]_0^{\pi/4}$$

$$+ \left[-\sqrt{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x \right]_{\pi/4}^{\pi} = \left(\sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \sqrt{2} \right)$$

$$+ \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} + \sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 3.$$