A



nome _______________ cognome _______________ matr. _______________

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + y - 4w - z = 1 \\ 3x + y - 2w + 2z = -2 \\ y - 8w - 7z = 7 \\ -x - y + 6w + 4z = -4 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Determinare i piani $\pi_1$, $\pi_2$ passanti per il punto $A(1,0,2)$, paralleli al vettore $\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ e che formano angoli di $30^o$ con il piano $\pi$: $x + y + 2z = 1$.

3) Determinare massimi e minimi relativi e/o assoluti della funzione $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+4}$ per $x \in \mathbf{R}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_0^{1/2} \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$.

1) SCAMBIAMO LA 1ª RIGA CON LA 4ª E RIDUCIAMO A SCALA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 6 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & 7 \\ 2 & 1 & -4 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4+2A_1]{A_2+3A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 6 & 4 & -4 \\ 0 & -2 & 16 & 14 & -14 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & 7 \\ 0 & -1 & 8 & 7 & -7 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4+A_3]{A_2+2A_3}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 6 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{A_3 \leftrightarrow A_2} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 6 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$car(A) = 2$

$car(A|B) = 2$

$\Rightarrow \infty^{4-2}$ SOL.

RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} -x - y + 6w + 4z = -4 \\ y - 8w - 7z = 7 \end{cases}$$

POSTO $w = s$, $z = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$

$y = 7 + 8s + 7t$

$x = 4 - y + 6w + 4z = 4 - 7 - 8s - 7t + 6s + 4t \overset{!}{=} -3 - 2s - 3t$.

SOLUZIONE:

$x = -3 - 2s - 2t$, $y = 7 + 8s + 7t$, $w = s$, $z = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$.

A2

2) I PIANI $\pi_1, \pi_2$ APPARTENGONO AL FASCIO DI PIANI PASSANTI PER LA RETTA $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1}, \quad z=2$

CIOE' $r: \begin{cases} x+y-1=0 \\ z-2=0 \end{cases}$

QUINDI IL FASCIO DI PIANI HA EQUAZIONE

$$\lambda(x+y-1)+\mu(z-2)=0$$

$$\lambda x+\lambda y+\mu z-\lambda-2\mu=0$$

CERCHIAMO ORA I DUE PIANI DEL FASCIO CHE FORMANO ANGOLI DI $30°$ CON IL PIANO $\pi: x+y+2z=1$ :

$$\frac{|\lambda\cdot 1+\lambda\cdot 1+2\mu|}{\sqrt{1^2+1^2+2^2}\sqrt{\lambda^2+\lambda^2+\mu^2}} = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4|\lambda+\mu| = \sqrt{18}\sqrt{2\lambda^2+\mu^2}$$

$$16(\lambda^2+2\lambda\mu+\mu^2)=18(2\lambda^2+\mu^2)$$

$$\mu^2-16\lambda\mu+10\lambda^2=0$$

POSTO $\lambda=1$ TROVIAMO $\mu = 8\pm 3\sqrt{6}$.

I PIANI CERCATI SONO ALLORA:

$\pi_1: \quad x+y+(8+3\sqrt{6})z-17-6\sqrt{6}=0,$

$\pi_2: \quad x+y+(8-3\sqrt{6})z-17+6\sqrt{6}=0.$

3) $f(x)$ E' DERIVABILE PER $x\neq 1$ E VALE:

$$f'(x)=\frac{1}{(x^2+4)^2}\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}(x^2+4)-2x\sqrt[3]{x-1}\right)=$$

$$= \frac{x^2+4-6x(x-1)}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}\,(x^2+4)^2} = \frac{4+6x-5x^2}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}\,(x^2+4)^2} \qquad (x \neq 1)$$

$$\Rightarrow f'(x)>0 \iff 5x^2-6x-4 = 5\left(x-\frac{3}{5}-\frac{\sqrt{29}}{5}\right)\left(x-\frac{3}{5}+\frac{\sqrt{29}}{5}\right)<0$$

QUINDI:

$-$ $\qquad$ $+$ $\qquad$ $+$ $\qquad$ $-$

$f'<0 \qquad \frac{3-\sqrt{29}}{5} \qquad 1 \qquad f'>0 \qquad \frac{3+\sqrt{29}}{5} \qquad f'<0$

$\Rightarrow x_0 = \frac{3-\sqrt{29}}{5}$ MIN REL. , $x_1 = \frac{3+\sqrt{29}}{5}$ MAX. REL.

POICHE' $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$ ; $f(x_0)<0$; $f(x_1)>0$ $\Rightarrow$ $x_0$ E' MIN. ASSOLUTO, $x_1$ E' MAX. ASSOLUTO.

4) $$\int_0^{1/2} \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx = \int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx + \int_0^{1/2} \frac{-2x}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}\operatorname{arcsen}(2x)\right]_0^{1/2} + \left[\frac{1}{2}\sqrt{1-4x^2}\right]_0^{1/2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\operatorname{arcsen}(1)-\operatorname{arcsen}(0)\right] + \frac{1}{2}\left[0-1\right] = \frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}.$$

B

# Università IUAV - Compitino di Analisi Mat. & Geometria 1/2/17

nome cognome matr.

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 4y + w + z = 1 \\ x + 3y - 2w - z = -1 \\ -x - 5y + 7w + 4z = 4 \\ 2x + 8y - 9w - 5z = -5 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Determinare i piani $\pi_1$, $\pi_2$ passanti per il punto $A(1, 2, 0)$, paralleli al vettore $\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$, e che formano angoli di $60^o$ con il piano $\pi$: $x - y + 2z = 1$.

3) Determinare massimi e minimi relativi e/o assoluti della funzione $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$ per $x \in \mathbf{R}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos x}{\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}}\, dx$.

1) SCAMBIAMO LA $1^a$ RIGA CON LA $2^a$ E RIDUCIAMO A SCALA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -5 & 7 & 4 & 4 \\ 2 & 8 & -9 & -5 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4 - 2A_1]{A_2 - 2A_1,\ A_3 + A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 5 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -5 & -3 & -3 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4 + A_2]{A_3 - A_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\text{car}(A) = \text{car}(A|B) = 2$

$\Rightarrow$ IL SISTEMA HA $\infty^{4-2} = \infty^2$ SOLUZIONI. RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} x + 3y - 2w - z = -1 \\ -2y + 5w + 3z = 3 \end{cases}$$

POSTO $w = s$, $z = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$

$$y = \frac{5s + 3t - 3}{2}$$

$$x = 2w + z - 3y - 1 = 2s + t - 3\left(\frac{5s + 3t - 3}{2}\right) - 1 \overset{!}{=} \frac{7 - 11s - 7t}{2}$$

SOLUZIONE:

$$x = \frac{7}{2} - \frac{11}{2}s - \frac{7}{2}t,\quad y = \frac{5}{2}s + \frac{3}{2}t - \frac{3}{2},\quad w = s,\quad z = t \quad (s, t \in \mathbb{R}).$$

2) $\pi_1, \pi_2$ APPARTENGONO AL FASCIO DI PIANI PASSANTI PER LA RETTA $r$: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1}$, CIOE'

$$r: \begin{cases} x+y-3=0 \\ y-z-2=0 \end{cases}$$

QUINDI IL FASCIO DI PIANI HA EQUAZIONE:

$$\lambda(x+y-3)+\mu(y-z-2)=0$$

$$\lambda x+(\lambda+\mu)y-\mu z-3\lambda-2\mu=0$$

CERCHIAMO ORA I DUE PIANI CHE FORMANO ANGOLI DI 60° CON IL PIANO $\pi: x-y+2z=1$:

$$\frac{|\lambda\cdot 1+(\lambda+\mu)(-1)-2\mu|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}\sqrt{\lambda^2+(\lambda+\mu)^2+(-\mu)^2}} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3|\mu|}{\sqrt{6}\sqrt{2\lambda^2+2\lambda\mu+2\mu^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{3}|\mu| = \sqrt{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2}$$

$$\Rightarrow \lambda^2+\lambda\mu-2\mu^2=0.$$

POSTO QUINDI $\mu=1$, TROVIAMO $\lambda=-2$, $\lambda=1$.

I PIANI CERCATI SONO ALLORA:

$\pi_1: -2x-y-z+4=0$; $\pi_2: x+2y-z-5=0$

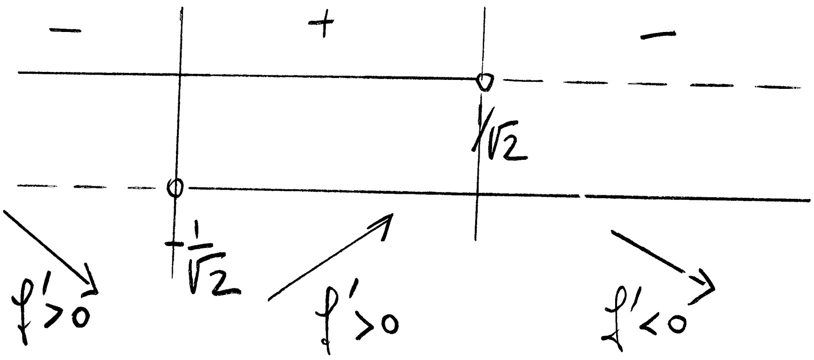
3) $f(x)$ E' DERIVABILE PER OGNI $x\in\mathbb{R}$ E SI HA:

$$f'(x) = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3} - x\cdot\frac{3}{2}\sqrt{1+x^2}\cdot 2x}{(1+x^2)^3} = \frac{1+x^2-3x^2}{\sqrt{(1+x^2)^5}}$$

$$= \frac{1-2x^2}{\sqrt{(1+x^2)^5}} \Rightarrow f'(x)>0 \Leftrightarrow 1-2x^2 = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-x\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+x\right)>0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - x > 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + x > 0$$




QUINDI $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ E' MIN. REL. ; $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ E' MAX. REL.

POICHE' $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$ ; $f(x_0) < 0$, $f(x_1) > 0$ ,

$x_0$ E' MIN. ASSOLUTO, $x_1$ E' MAX. ASSOLUTO.

4)
$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{\cos x}{\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}}\, dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}}\, dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right) dx = \left[2\sin\frac{x}{2} + 2\cos\frac{x}{2}\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}$$

$$= \left(2\sin\frac{\pi}{2} + 2\cos\frac{\pi}{2}\right) - \left(2\sin\frac{\pi}{6} + 2\cos\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 2\left(1 + 0 - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 - \sqrt{3}.$$

C

# Università IUAV - Compitino di Analisi Mat. & Geometria 1/2/17

nome cognome matr.

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 3x + 4y + w + z = 1 \\ 2x + 3y - 2w - z = -1 \\ -3x - 5y + 7w + 4z = 4 \\ 5x + 8y - 9w - 5z = -5 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Determinare il piano $\pi_1$ passante per il punto $A(0,2,0)$, parallelo al vettore $\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, e ortogonale al piano $\pi$: $3x - y + 2z = 1$.

3) Determinare massimi e minimi relativi e/o assoluti di $f(x) = x\ln^2 x + 4x\ln x - 4x$, per $x > 0$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos 2x}{\sin(x + \pi/4)}\, dx$.

1) RIDUCIAMO A SCALA LE MATRICI COMPLETA/INCOMPLETA :

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & -1 & -1 \\ -3 & -5 & 7 & 4 & 4 \\ 5 & 8 & -9 & -5 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{A_3+A_1 \\ 3A_4-5A_1}]{3A_2-2A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -8 & -5 & -5 \\ 0 & -1 & 8 & 5 & 5 \\ 0 & 4 & -32 & -20 & -20 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4-4A_1]{A_3+A_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -8 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\mathrm{car}(A) = \mathrm{car}(A|B) = 2$

IL SISTEMA AMMETTE $\infty^{4-2} = \infty^2$ SOLUZIONI. RISOLVIAMO IL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$\begin{cases} 3x + 4y + w + z = 1 \\ y - 8w - 5z = -5 \end{cases}$$

POSTO $w = s,\ z = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$

$y = 8s + 5t - 5$

$$x = \frac{1 - 4y - w - z}{3} = \frac{1 - 32s - 20t + 20 - s - t}{3} = 7 - 11s - 7t$$

SOLUZIONE :

$$\underline{\underline{x = 7 - 11s - 7t,\ y = 8s + 5t - 5,\ w = s,\ z = t}} \quad (s, t \in \mathbb{R})$$

C1

2) IL PIANO $\pi_1$ APPARTIENE AL FASCIO DI PIANI PASSANTI PER LA RETTA $r: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}$ CIOE'

$$r: \begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+z=0 \end{cases}$$

IL FASCIO DI PIANI HA QUINDI EQUAZIONE:

$$\lambda(x+y-2)+\mu(2x+z)=0$$

$$(\lambda+2\mu)x+\lambda y+\mu z-2\lambda=0$$

IL PIANO PERPENDICOLARE A $\pi$: $3x-y+2z=1$ E' ALLORA DETERMINATO DALLA CONDIZIONE:

$$3(\lambda+2\mu)-\lambda+2\mu=0$$

$$\lambda+4\mu=0$$

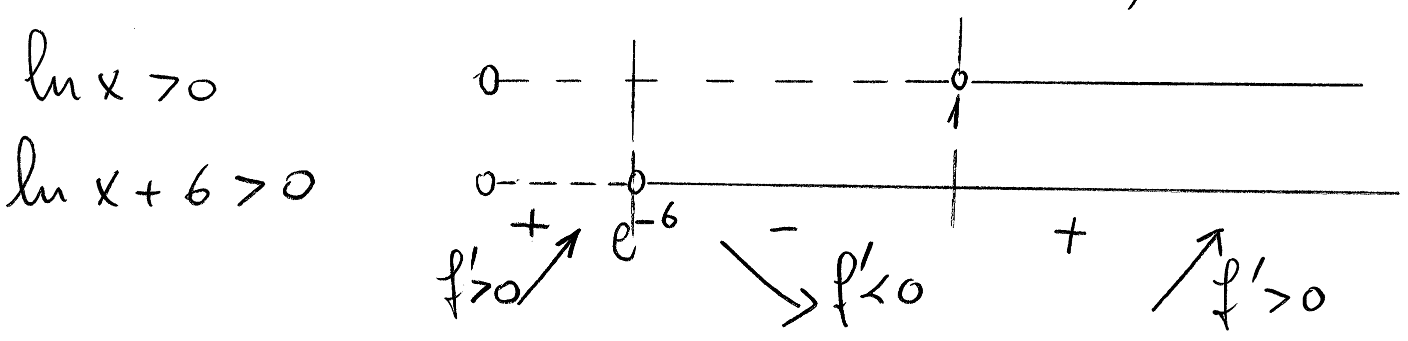
POSTO $\lambda=4$, TROVIAMO $\mu=-1$. IL PIANO $\pi_1$ HA QUINDI EQUAZIONE:

$$\underline{2x+4y-z-8=0.}$$

3) $f(x)$ E' DEFINITA E DERIVABILE PER $x>0$:

$$f'(x)=\ln^2 x+x\frac{2\ln x}{x}+4\ln x+4x\frac{1}{x}-4$$

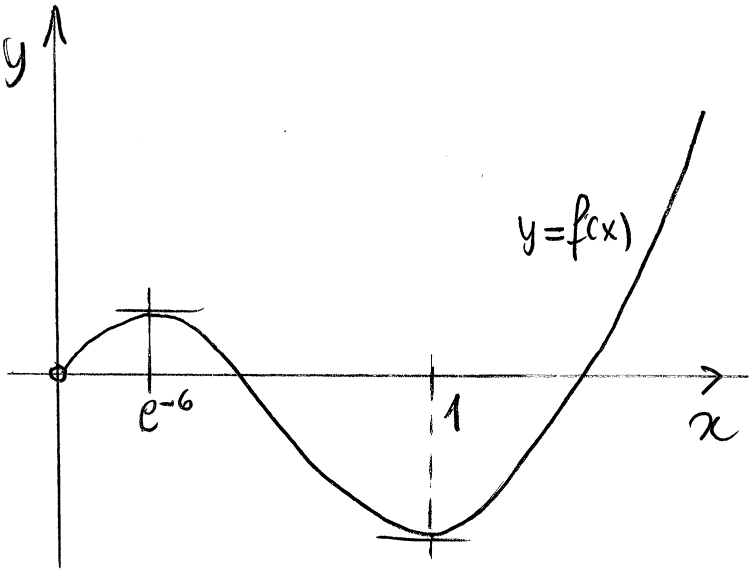
$$\stackrel{!}{=} \ln^2 x+6\ln x=\ln x(\ln x+6) \qquad (x>0)$$




$\Rightarrow$ $x=e^{-6}$ E' MAX REL.

$x=1$ E' MIN REL.

$C_2$




$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0^+$$

$$f(1) = -4$$

$\Rightarrow$ X = 1 E' MIN. ASSOLUTO
X = $e^{-6}$ NON E' MAX ASSOLUTO

4) $$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{\sin(x+\frac{\pi}{4})}\,dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{\sin x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos x}{\sqrt{2}}}\,dx$$

$$= \sqrt{2}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x)\,dx = \sqrt{2}\left[\sin x + \cos x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \sqrt{2}\,(1+0) - \sqrt{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-\sqrt{3}\right).$$

2) (SECONDA SOLUZIONE) SIA $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ IL VETTORE NORMALE AL PIANO $\pi$. ALLORA

$$\begin{cases} \pi_1 \perp \pi \\ \pi_1 \parallel \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_1 \parallel \vec{u} \\ \pi_1 \parallel \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \pi_1 \perp \vec{u}\wedge\vec{v}$$

$$\vec{u}\wedge\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 8\vec{j} - 2\vec{k} = 2\left(2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}\right).$$

POICHE' $\pi_1$ PASSA PER $A(0,2,0) \Rightarrow \pi_1 : 2x + 4(y-2) - z = 0.$

D

Università IUAV - Compitino di Analisi Mat. & Geometria 1/2/17

nome ______ cognome ______ matr. ______

Avvertenze: dati personali in STAMPATELLO. Riportate **tutti i risultati** su questo foglio.

1) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 4x - y + 2w + 3z = 2 \\ 3x - 2y + 3w + z = 3 \\ -x + 4y - 5w + 3z = -5 \\ 2x - y - 3w + z = 1 \end{cases}$$

ridurre a scala le matrici completa/incompleta e determinare le soluzioni.

2) Determinare i piani $\pi_1$, $\pi_2$ passanti per il punto $A(2,-1,0)$, paralleli al vettore $\mathbf{v} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$, e che formano angoli di $45^o$ con il piano $\pi$: $2x + y - z = 1$.

3) Determinare massimi e minimi relativi e/o assoluti della funzione $f(x) = \dfrac{4x^2 - 5x + 2}{x - 1}$ per $x \in \mathbf{R}$.

4) Calcolare il seguente integrale definito: $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos 4x}{\sin 2x - \cos 2x}\, dx$.

1) SCAMBIAMO LA 1ª RIGA CON LA 3ª E RIDUCIAMO A SCALA:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 4 & -5 & 3 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -3 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[A_4+2A_1]{A_2+3A_1,\ A_3+4A_1} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 4 & -5 & 3 & -5 \\ 0 & 10 & -12 & 10 & -12 \\ 0 & 15 & -18 & 15 & -18 \\ 0 & 7 & -13 & 7 & -9 \end{array}\right) \xrightarrow[10A_4-7A_2]{2A_3-3A_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 4 & -5 & 3 & -5 \\ 0 & 10 & -12 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -46 & 0 & -6 \end{array}\right) \xrightarrow[A_2/2]{\frac{A_4}{-2} \uparrow\downarrow A_3} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 4 & -5 & 3 & -5 \\ 0 & 5 & -6 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 23 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\operatorname{car}(A) = \operatorname{car}(B) = 3 \Rightarrow \infty^{4-3} = \infty^1$ SOLUZIONI

$$\begin{cases} -x + 4y - 5w + 3z = -5 \\ 5y - 6w + 5z = -6 \\ 23w = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow w = \dfrac{3}{23}$ ; POSTO $z = t$ $(t \in \mathbb{R})$

$y = \dfrac{6w - 5z - 6}{5} = -\dfrac{24}{23} - t$

$x = 5 + 4y - 5w + 3z = 5 - \dfrac{96}{23} - 4t - \dfrac{15}{23} + 3t = \dfrac{4}{23} - t$.

SOLUZIONE: $x = \dfrac{4}{23} - t$, $y = -\dfrac{24}{23} - t$, $w = \dfrac{3}{23}$, $z = t$ $(t \in \mathbb{R})$.

2) $\pi_1, \pi_2$ APPARTENGONO AL FASCIO DI PIANI PASSANTI PER LA RETTA $r: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{1}$ CIOE'

$$r \begin{cases} x+y-1=0 \\ y+z+1=0 \end{cases}$$

IL FASCIO DI PIANI HA QUINDI EQUAZIONE:

$$\lambda(x+y-1)+\mu(y+z+1)=0$$

$$\lambda x + (\lambda+\mu)y + \mu y + \mu - \lambda = 0$$

DETERMINIAMO I DUE PIANI DEL FASCIO CHE FORMANO ANGOLI DI $45°$ CON IL PIANO $\pi: 2x+y-z=1$ :

$$\frac{|2\lambda + \lambda+\mu - \mu|}{\sqrt{6}\sqrt{\lambda^2+(\lambda+\mu)^2+\mu^2}} = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{3}\,|\lambda| = \sqrt{2}\sqrt{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2}$$

$$\lambda^2-2\lambda\mu-2\mu^2=0$$

POSTO $\mu=1$, TROVIAMO $\lambda = 1 \pm \sqrt{3}$.

I PIANI CERCATI SONO ALLORA:

$$\pi_1: \quad (1-\sqrt{3})x + (2-\sqrt{3})y + z + \sqrt{3} = 0$$

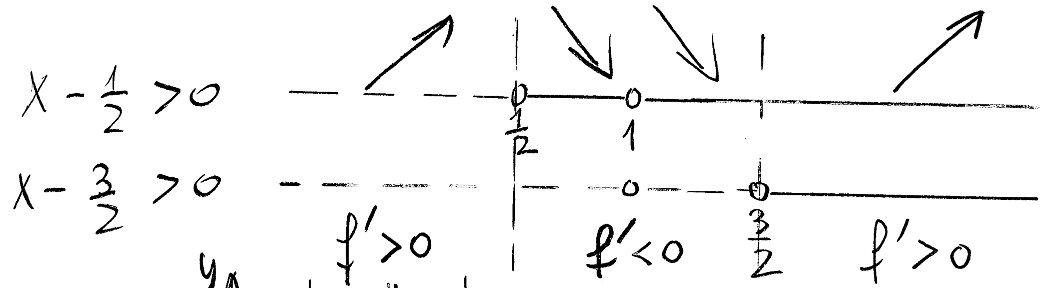
$$\pi_2: \quad (1+\sqrt{3})x + (2+\sqrt{3})y + z - \sqrt{3} = 0$$

3) $f(x)$ E' DEFINITA E DERIVABILE PER $x \neq 1$ :

$$f'(x) = \frac{(8x-5)(x-1)-1\cdot(4x^2-5x+2)}{(x-1)^2} = \frac{4x^2-8x+3}{(x-1)^2}$$

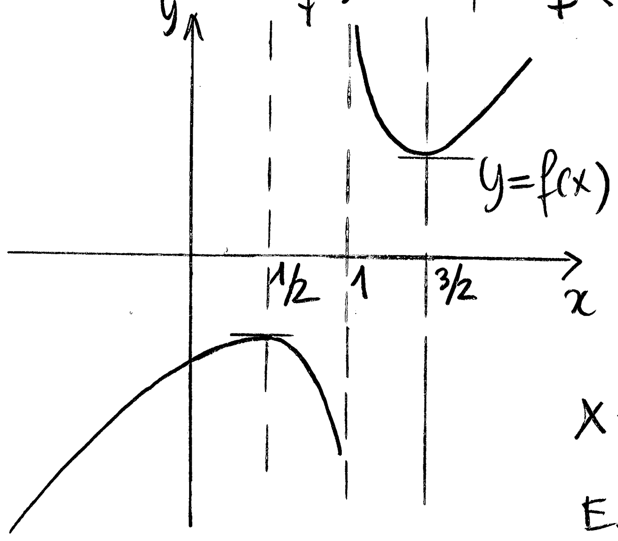
$$\Rightarrow f'(x)>0 \iff 4x^2-8x+3 = 4\left(x-\tfrac{1}{2}\right)\left(x-\tfrac{3}{2}\right)>0$$

$D_2$




$x=\frac{1}{2}$ MAX REL.

$x=\frac{3}{2}$ MIN REL.




POICHE' $\lim\limits_{x\to+\infty,\,1^+} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty,\,1^-} f(x)=-\infty$

$x=\frac{1}{2}$ E $x=\frac{3}{2}$ NON SONO ESTREMI ASSOLUTI

---

4) $$\int_{\pi/6}^{\pi/2}\frac{\cos 4x}{\operatorname{sen}2x-\cos 2x}\,dx=\int_{\pi/6}^{\pi/2}\frac{\cos^2 2x-\operatorname{sen}^2 2x}{\operatorname{sen}2x-\cos 2x}\,dx$$

$$=\int_{\pi/6}^{\pi/2}(-\operatorname{sen}2x-\cos 2x)\,dx=\left[\frac{\cos 2x}{2}-\frac{\operatorname{sen}2x}{2}\right]_{\pi/6}^{\pi/2}$$

$$=\left(\frac{\cos\pi}{2}-\frac{\operatorname{sen}\pi}{2}\right)-\left(\frac{\cos\pi/3}{2}-\frac{\operatorname{sen}\pi/3}{2}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}-3\right).$$