

Esame di MQAT / STATISTICA del 22-06-2011

Nome / Mail :

- 1) Si consideri la tabella di dati dell'esercizio 4.4 (solo le prime due colonne). Si calcoli la Mediana e l'indice di Gini relativo. Commentare i risultati.
- 2) Sia X e Y due variabili quantitative con covarianza $S_{XY} = -12$. Date le trasformazioni lineari $X' = (X - 1)/3$ e $Y' = (1 - Y)2$, calcolare il valore della nuova covarianza S'_{XY} .
- 3) Supponendo che X abbia una distribuzione *uniforme* (o costante) nell'intervallo $[-3,7]$. fare il grafico e calcolare la probabilita' condizionata $P(X > -1 | X < 3)$.
- 4) Analizzando un campione di 50 studenti (30 maschi e 20 donne), soltanto 10 per ogni gruppo ha dato l'esame di matematica. Verificare con un test al 99% se la loro propensione allo studio e' uguale.
- 5) Dato il modello di regressione $y_i = \alpha - \beta z_i + \varepsilon_i$, dimostrare brevemente come si ottiene la relazione $\beta = -\sigma_{zy}/\sigma_z^2$ (e' necessario commentare tutti i passaggi).
- 6) Si consideri la tabella di dati dell'esercizio 17.5 del libro. La stima sui primi 3 dati (1999-2001) ha fornito il modello $Y_t = -6.5 + 1.15 Y_{t-1}$ con $\hat{\sigma}_\varepsilon = 2.5$. Calcolare la previsione per l'ultimo dato (quello del 2002) ed il suo intervallo di confidenza al 95%. Verificare se l'ultimo dato e' anomalo.

Soluzioni

1) Simile ad altri esercizi

2) Come e' noto aggiungere o togliere costanti non modifica Var e Cov; quindi $S'_{XY} = \text{Cov}(X', Y') = \text{Cov}(X/3, -Y/2) = -\text{Cov}(X, Y)/6 = -S_{XY}/6 = +2$

3) La $f(x)$ e' un rettangolo con base $[-3, +7]$ e altezza $1/10$; inoltre $(x > -1) \cap (x < 3) = (-1 < x < 3)$ che ha probabilita' $4/10$ mentre $P(x < 3) = 6/10$. Quindi la probabilita' cercata e' $4/6 = 0.66$

4) Tipico problema di test sulla uguaglianza delle proporzioni: $\hat{\pi}_1 = 1/3$, $\hat{\pi}_2 = 1/2$, si costruisce quindi l'intervallo di confidenza (approssimato) al 99%

$$\hat{\delta}_{1,2} \approx (.5 - .33) \pm 2.57 \sqrt{.33 * .66/30 + .5 * .5/20} = [-.19, .53]$$

le due proporzioni sono statisticamente uguali (anche se percentualmente diverse). Per quale livello di probabilita' si rifiuta l'ipotesi nulla di uguaglianza ?

5) (dal libro o dagli appunti) per le proprieta' dell'operatore covarianza si ha $\text{Cov}(y, z) = \text{Cov}((\alpha - \beta z + e), z) = \text{Cov}(-\beta z, z) = -\beta \text{Cov}(z, z) = -\beta \text{Var}(z)$, in quanto $\text{Cov}(\alpha, z) = 0 = \text{Cov}(e, z)$. In simboli si ottiene $\sigma_{yz} = -\beta \sigma_z^2$

6) Coi dati del libro (p.462) $Y_3 = 96.5$ e $Y_4 = 101.7$ si calcola la previsione $\hat{Y}_4 = -6.5 + 1.15 * 96.5 = 104.5$. L'intervallo di confidenza approssimato $\hat{Y}_4 \pm 2 * Se = [99.5, 109.5]$ contiene il valore reale $Y_4 = 101.7$, che quindi non e' anomalo.