IUAV - MASTER PROGETTAZIONE DELLA LUCE A.A. 2002/2003
Lezione del 2 settembre 2003
Titolo: Luce ed energia nella città, valutazione in tessuti urbani complessi
Docente: A. Carbonari

Parte 2° : LA RADIAZIONE SOLARE DAL PUNTO DI VISTA LUMINOSO

L'<u>illuminamento naturale totale</u> di una superficie disposta all'interno di un locale è dovuto alla somma di alcune o di tutte le seguenti componenti della radiazione luminosa presente:
1 – radiazione diretta dal Sole (radiazione collimata),
2 – radiazione diffusa dalla parte di cielo che la superficie vede,
3 - radiazione riflessa in modo speculare o diffuso dalle superfici esterne al locale,
4 - radiazione riflessa in modo speculare o diffuso dalle superfici interne al locale.

ALGORITMI PER IL CALCOLO

Radiazione diretta dal Sole.

Viene in genere utilizzato l'algoritmo IESNA [1] secondo il quale l'illuminamento diretto al suolo su un piano normale ai raggi solari è calcolabile con la relazione:

$$E_{bn} = 128000\left(1 + 0.034\cos\frac{2\pi n}{365}\right)e^{-cm} \qquad \text{[lux]}$$

dove:
- **n** è il numero progressivo del giorno dell'anno
- c il coefficiente di estinzione dell'atmosfera(pari a 0.21 per un giorno sereno, 0.8 per un giorno intermedio),
- **m** la massa d'aria relativa, calcolabile con la relazione:

$$m = \frac{1}{\text{sen}\,\alpha_s}$$

dove α_s è l'angolo di alzato del sole

Radiazione diffusa dal cielo.

In casi particolarmente semplici, cielo completamente coperto da nubi più o meno scure, si può assumere per il cielo una luminanza costante oppure una luminanza che varia unicamente con l'angolo di alzato crescendo in direzione dello zenit.
In particolare in quest'ultimo caso, che si verifica quando il cielo è coperto da uno strato di nubi chiare, la CIE [2,3] propone il modello di Moon e Spencer secondo cui la Luminanza di un punto generico di cielo P ($\mathbf{L_p}$) è legata alla Luminanza zenitale ($\mathbf{L_z}$) dalla seguente relazione:

$$\frac{L_p}{L_z} = \frac{1 + 2\,\mathrm{sen}\,a}{3}$$

dove a è l'altezza del punto P.

Per la L_Z vengono suggerite [2] alcune equazioni, la più semplice è quella di Krochmann:

$$L_z = 0.123 + 8.6\,\mathrm{sen}\,a_S$$

Per situazioni diverse o per valutazioni più precise, esistono vari algoritmi che consentono di calcolare la Luminanza di ogni punto del cielo, si riporta a titolo esemplificativo quello elaborato dal CSTB [4,5], che tiene conto della posizione del Sole e dei valori istantanei della radiazione energetica diretta e diffusa dal cielo. Esso considera 5 tipi di cielo, individuati per mezzo dell'indice di nuvolosità IN così definito:

$$IN = \frac{1 - CR}{1 - CR_S}$$

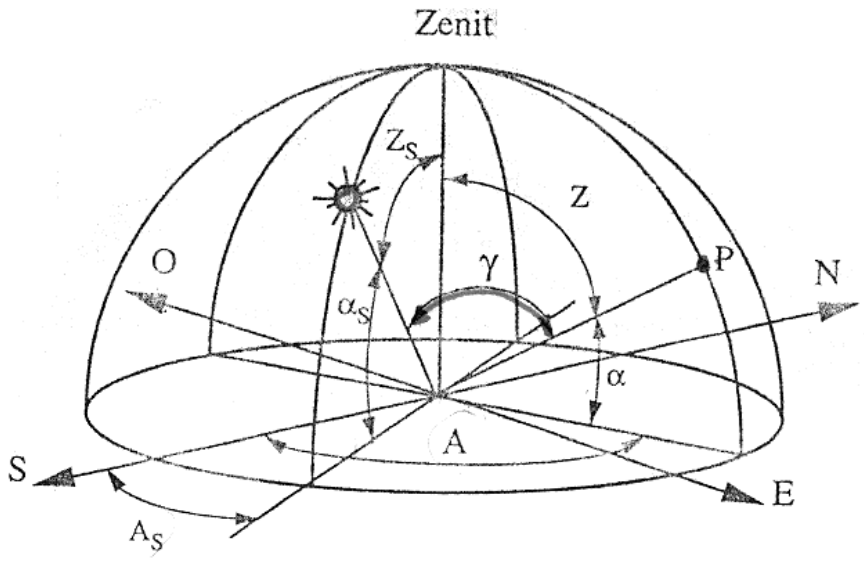
dove CR è il rapporto tra radiazione diffusa e radiazione globale sul piano orizzontale nelle condizioni reali e CR_S lo stesso rapporto nelle condizioni di cielo sereno.

Secondo tale modello la Luminanza assoluta di un punto generico P del cielo è calcolabile con la relazione:

$$L_P = D_h \left[a'_1 + b'_1\, e^{-k'g} + c'_1 \cos^2\left(\frac{g}{2}\right) \right] \cdot \left[a'_2 - b'_2 \left(\cos Z\right)^{0.6} \right] \cdot \left[a'_3 - b'_3 \cos Z_S + c'_3\,\mathrm{sen}\, Z_S \right]$$

dove:

- **D** è la radiazione diffusa oraria sul piano orizzontale,
- $\mathbf{Z_s}$ è l'angolo complementare dell'alzato solare (è cioè l'angolo tra la direzione del sole e la normale al punto sul quale si vuole calcolare l'illuminamento),
- **Z** è l'angolo complementare dell'alzato del punto del cielo di cui si vuol calcolare la Luminanza (è cioè l'angolo tra la direzione di P e la normale al punto sul quale si vuole calcolare l'illuminamento),
- g è l'angolo tra la direzione di P e la direzione del Sole.



le costanti a'_1, b'_1, k', c'_1, a'_2, b'_2,, a'_3, b'_3, c'_3 dipendono dal tipo di cielo i loro valori sono riportati nella seguente tabella.

Indice di nuvolosità secondo il modello CSTB

Tipo di cielo	**Indice di nuvolosità**
Coperto (O)	0.00 < IN < 0.05
Intermedio coperto (IO)	0.05 < IN < 0.2
Intermedio (IM)	0.2 < IN < 0.7
Intermedio sereno (IB)	0.7 < IN < 0.9
Sereno (B)	0.9 < IN < 1

Costanti del modello CSTB

Tipo di cielo	**O**	**IO**	**IM**	**IB**	**B**
a'_1	32.33	17.92	14.41	13.05	12.89
b'_1	13.16	23.99	69.7	124.96	243.38
k'	3	3	3	3	3
c'_1	3.24	13.35	10.18	7.49	3.26
a'_2	1.18	1.7	2.03	2.21	2.25
b'_2	0.23	0.89	1.31	1.54	1.59
a'_3	0.76	0.45	0.83	0.83	1.04
b'_3	0.13	0.1	-0.29	-0.28	-0.41
c'_3	0.2	0.59	0.38	0.42	0.2

Una volta calcolata la Luminanza di ogni punto (o areola) del Cielo, l'illuminamento su un dato punto della superficie in esame sarà dato dalla somma degli illuminamenti dovuti alle varie areole di cielo visibili dal punto in questione.

In generale l'illuminamento su un punto P dovuto ad una superficie estesa è calcolabile con il seguente integrale:

$$E_P = \int^{A} L_{dA}\ dA\ \cos\varphi_1\ \cos\varphi_2\ / r^2 \quad = \int^{v} L_{dA}\ d\omega\ \cos\varphi_1 \qquad [\mathrm{lm\ m^{-2}}]$$

Dove A è l'area della superficie radiante, L_{dA} è la Luminanza di ogni sua areola elementare (dA), φ_1 è l'angolo formato dalla linea che unisce il punto P al centro dell'areola dA e la normale in P alla superficie illuminata, φ_2 è l'angolo tra la stessa linea e la normale al centro di dA, r infine è la distanza tra P e dA

Si può osservare che il prodotto:

$$\frac{dA \cos j_2}{r^2}$$

ovvero l'area apparente di dA diviso la distanza r al quadrato, altro non è che l'angolo solido dω sotteso dall'areola dA rispetto a P.
Se si ragiona in termini di angoli solidi l'integrale in dω è esteso all'angolo solido ω sotteso dall'intera superficie illuminante A
Nel nostro caso L_{dA} è la luminanza di ogni punto della parte visibile di cielo considerata.

Radiazione diffusa dalle superfici viste.
Nell'ipotesi che le superfici presenti siano perfettamente diffondenti (comportamento lambertiano), in assenza cioè di riflessioni anche parzialmente speculari, l'illuminamento dovuto alle superfici, viste dal punto P in esame potrebbe essere calcolato come nel caso del cielo, ma se la Luminanza di ogni superficie può essere considerata uniforme, come nel caso di superfici urbane piane, lo si può calcolare semplicemente sommando i prodotti delle Radianze R_i [lm m^{-2}] delle varie superfici per i fattore di vista relativi ad ognuna FV_{P-i}.

$$E_P = \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot FV_{P-i} \quad \text{[lux]}$$

Infatti il flusso luminoso totale diffuso da ogni i^{th} superficie è:

$$E_i = A_i \, \pi \, L_i = A_i \, R_i$$

dove A_i è l'area della i^{th} superficie.

La parte di esso che raggiunge P è data da

$$E_{i-P} = FV_{i-P} \; A_i \, R_i \quad = \; FV_{P-i} \; R_i$$

Dato che, in virtù del teorema della reciprocità ed assumendo l'area ΔS cui è associato il punto P come unitaria:

$$FV_{i-P} \; A_i \; = FV_{P-i}.$$

Come ulteriore dimostrazione si può partire dall'espressione usata nel paragrafo precedente per calcolare l'iilluminamento su P dovuto ad una superficie estesa. A. Nelle suddette ipotesi, posso portare la Luminanza L_A, costante sulla superficie ed indipendente dalla direzione di osservazione, fuori dall'integrale:

$$E_P = L_A \int^{A} dA \, \cos\varphi_1 \, \cos\varphi_2 \, / \, r^2 \; = \; L_A \int^{v} d\omega \, \cos\varphi_1 \qquad [\text{lm m}^{-2}]$$

Ma per la relazione che lega la radianza di una superficie lambertiana alla sua luminanza (R = π L), si potrà scrivere: L = R/π, pertanto:

$$E_P = \frac{R_A}{p} \int^{v} d\omega \;\cos \varphi_1 \qquad [\mathrm{lm\ m^{-2}}]$$

Il fattore di vista FV_{P-i}, tra la superficie ΔS contenente P e l'i^{th} superficie vista A_i, definito come rapporto tra l'energia luminosa emessa da ΔS che finisce sulla superficie A_i, e l'energia luminosa totale emessa da ΔS, può essere calcolato con il metodo della semisfera di raggio unitario [7] nel seguente modo, semplificando la Luminanza e ricordando il valore unitario di ΔS:

$$FV_{P-i} = \frac{L_{dS} \int^{A_i} dw \;\; \cos v_1}{p L_{dS} \Lambda S} = \frac{\int^{A_i} dw \;\; \cos v_1}{p}$$

dove il numeratore rappresenta l'angolo solido sotteso dalla superficie Ai a P, proiettato ortogonalmente sul piano contenente dS (angolo solido proiettato sul piano equatoriale della semisfera di raggio unitario).
Tenendo conto di questa definizione del FVp-i la precedente espressione di Ep dovuto ad A_i torna ad essere:

$$E_P = R_i \cdot FV_{P-i} \qquad [\mathrm{lux}]$$

In situazioni geometricamente complesse (spazi urbani ristretti o interni) la radianza di ogni superficie presente dipende in modo non trascurabile se non preponderante dagli scambi radiativi con le altre superfici, piuttosto che dall'illuminamnento dovuto al cielo ed al Sole. In tali situazioni il problema diventa appunto il calcolo di queste radianze.
Il modo più appropriato per farlo è costruire un sistema di equazioni lineari, di equilibrio dei flussi luminosi, una per ogni superficie presente (vista dal punto in cui si vuole calcolare l'illuminamento), e risolverlo.

Assunto che tutte le superfici siano perfettamente diffondenti, é possibile costruire, per ogni *i*-esima superficie, una equazione di bilancio dell'energia luminosa che eguaglia l'illuminamento totale su di essa (pari alla sua radianza R_i divisa per il suo coefficiente di riflessione ρ_i) alla somma degli illuminamenti dovuti al sole, al cielo ed alle altre superfici viste. In tale equazione i valori calcolati degli illuminamenti dovuti al sole ed alla volta celeste costituiscono i termini noti, le radianze delle superfici costituiscono le incognite, mentre i fattori di vista mutui ed i reciproci delle riflettanze sono i coefficienti delle incognite:

$$Es_i + Ec_i + \sum_{j=1}^{n} (R_j \cdot FV_{ij}) = R_i / \rho_i \qquad [\mathrm{lx}]$$

dove il significato dei simboli é il seguente:

Es_i : illuminamento sulla superficie *i*-esima dovuto alla radiazione solare diretta [lx],
Ec_i : illuminamento sulla superficie *i*-esima dovuto alla volta celeste [lx],
R_i : radianza della superficie *i*-esima [lx]
R_j : radianza di ogni superficie j-esima vista dalla superficie *i*-esima [lx]
FV_{ij} : fattore di vista con cui la superficie *i* vede la superficie *j*,
ρ_i : coefficiente di riflessione della superficie *i*-esima.

Esaminando in sequenza le *n* superfici, mantenendole sempre nello stesso ordine, e separando i termini noti, si ottiene un sistema di *n* equazioni in *n* incognite del seguente tipo:

$$
\begin{array}{l}
R_1 / \rho_1 \; - R_2\, FV_{12} - R_3\, FV_{13} - \ldots\ldots\ldots\ldots - R_n\, FV_{1n} = Eex_1 \\
- R_1\, FV_{21} + R_2 / \rho_2 \; - R_3\, FV_{23} - \ldots\ldots\ldots\ldots - R_n\, FV_{2n} = Eex_2 \\
\ldots\ldots \\
- R_1\, FV_{n1} - R_2\, FV_{n2} - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + R_n / \rho_n = Eex_n
\end{array}
$$

Avendo indicato con:

$$Eex_i = Es_i + Ec_i \qquad [lx]$$

l'illuminamento totale dovuto alle sorgenti esterne al sistema di superfici.

Nel caso più generico, quando cioè esamino un sistema di superfici di cui alcune sono interne ad una stanza ed altre esterne, le prime ricevono dalle seconde nonché dal sole e dalla volta celeste una radiazione attenuata dalla vetratura della finestra, ed allo stesso modo, anche se il fenomeno é meno influente, le superfici esterne ricevono da quelle interne una radiazione filtrata.
Si tiene conto di tale penalizzazione moltiplicando, nelle equazioni relative alle superfici interne, i fattori di vista riguardanti le superfici esterne ed i termini noti per i coefficienti di trasparenza della vetratura, relativi alla diretta od alla diffusa a seconda dei casi.
Il sistema di equazioni lineari viene risolto con metodo matriciale.
viene costruita una matrice quadrata dei coefficienti, costituiti dai fattori di vista e dall'inverso delle riflettanze, ed un vettore dei termini noti, costituiti dall'illuminamento complessivo dovuto al sole ed alla volta celeste. La soluzione del sistema fornisce la radianza di ogni superficie.

Le riflessioni interne, metodo del flusso luminoso circolante

Per valutare l'illuminamento medio in un interno, qualora non vi siano grosse differenze tra i coefficienti di riflessione delle superfici interne., anziché procedere come sopra descritto si può utilizzare, il metodo del flusso luminoso circolante [8].
Si tratta di un metodo di prima approssimazione che è poi alla base del calcolo del FMLD (Daylighting Factor) previsto dalla normativa.

I risultati ottenibili con tale metodo si discostano tanto più dalla realtà quanto meno le radianze delle superfici interne sono uniformi.

Qualora il locale sia dotato di n aperture vetrate l'illuminamento medio al suo interno può essere così calcolato

$$\bar{E} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \left(A_{fj} \cdot t_j \cdot E_{fj} \right)}{\sum A_i \cdot (1 - r_i)}$$

il numeratore rappresenta il flusso luminoso entrante dalle varie aperture, infatti:

- E_{fj} è l'illuminamento su ogni apertura vetrata, dovuto al cielo ed alle riflessioni esterne,
- A_{fj} la sua area,
- τ_j il coefficiente di trasparenza della vetratura,
- ρ_i la riflettanza di ogni superficie delimitante internamente la stanza,
- A_i area di ogni superficie interna.

Riferimenti bibliografici

[1] IESNA (1993): *Lighting handbook*. IESNA publications. New York.

[2] CIE (1994): *Spatial distribution of Daylight Luminance Distribution of Various Reference Sky*. Technical Report 110.

[3] Moon P., Spencer D. E. (1942): *Illumination from a non uniform sky.* Illum. Eng. 37 (12), pp. 707-726.

[4] Perraudeau M. (1986): *Climat Lumineux à Nantes – Resultats de quinze mois de mesures*, Rapport CSTB, EN-ECL 86.14.L

[5] *Daylighting in Architecture. An European Reference Book*, EUR 15006 EN CEC (1993).

[6] Cucumo M., D. Kaliakatzos, V. Marinelli, M. D. Vivacqua (1997): *Metodi di calcolo della luminanza del cielo e dell'illuminamento naturale su superfici esterne'* ('Calculation methods of sky luminance and daylighting of external surfaces') In *CDA* n. 5 Maggio 1997, pp. 485 – 496

[7] R.G.Hopkinson, P. Petherbridge, J. Longmore, *'Daylighting'*, ed. Heinemann. (London: 1963)

[8] Parolini G., M. Paribeni (1977): *Tecnica dell'illuminazione*, UTET.