

Università degli studi di
Padova



DEFINIZIONI E GRANDEZZE

Corso di Acustica applicata

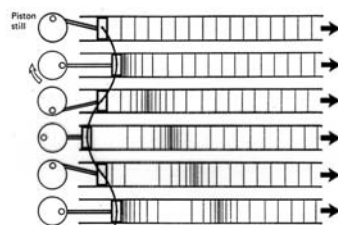
Renato Lazzarin

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei
Sistemi industriali

Il suono

Il suono si può definire come la propagazione di energia per movimenti vibratori in mezzi elastici. Esso è imputabile al movimento vibratorio di corpi che ne costituiscono la sorgente..

Un esempio caratteristico è quello di un pistone che si muove all'interno di un cilindro aperto. L'aria che viene compressa dal pistone influisce sulla regione vicina e la perturbazione si muove ad una velocità che è funzione solo del mezzo: la velocità del suono.



Il mezzo è essenziale per la propagazione della perturbazione di pressione: il suono non si propaga in regioni dello spazio prive di materia.

Le particelle d'aria si comportano come elementi elastici che spostati dalla loro posizione di equilibrio oscillano fino a riprendere la posizione di quiete:



Nel fenomeno ciò che si muove non sono le particelle d'aria, bensì la perturbazione di pressione.

Il fenomeno acustico riguarda tre elementi: la sorgente, il mezzo e il ricevitore.

Si considerano per incominciare i primi due elementi.

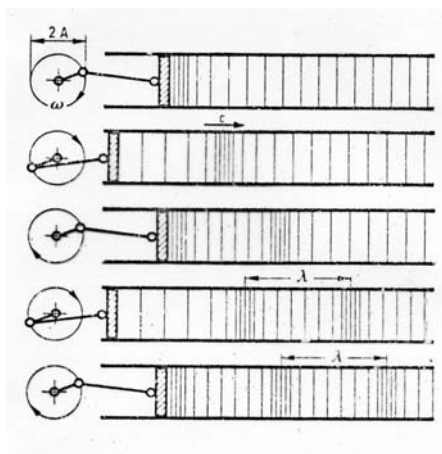
La sorgente produce perturbazioni di pressione nel mezzo: le onde sonore sono evidenziate da variazioni di pressione. L'orecchio è un organo che rende percettibili tali variazioni di pressione, purché esse siano comprese entro certi limiti.

Le particelle del mezzo, investite dalle onde di compressione e di rarefazione eseguono delle oscillazioni attorno alla loro posizione di riposo lungo la direzione di propagazione delle onde sonore: le onde sonore sono onde longitudinali.

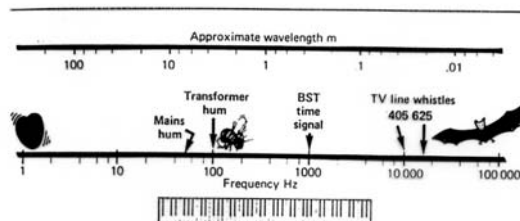
Un suono puro è caratterizzato da una frequenza f che è il numero di oscillazioni che intervengono nell'unità di tempo; esiste un'immediata relazione fra la frequenza e la lunghezza d'onda λ in funzione della velocità del suono c :

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Nel caso del pistone si vede subito quale sia il significato fisico della lunghezza d'onda:



La lunghezza d'onda dei suoni udibili varia da alcuni metri a pochi millimetri:



Con poche, semplici ipotesi si può trovare un'espressione che consenta di valutare la velocità del suono, intesa come la velocità di propagazione di una perturbazione infinitesima di pressione.

La velocità del suono nell'aria dipende dalla temperatura ed un'espressione approssimata è:

$$c = 331,4 + 0,6t(^{\circ}C) \text{ m/s}$$

In altri mezzi la velocità può essere assai diversa, passando da 30-70 m/s nella gomma elastica a 500 m/s nel sughero ed ancora 1460 m/s nell'acqua fino a 5000 m/s nel ferro.

Bisogna prestare attenzione a non confondere la velocità del suono con la velocità di vibrazione delle particelle attorno alla loro posizione di riposo. Questa può essere stimata attraverso la legge di Ohm acustica, sapendo che una variazione di pressione per un suono molto forte può essere di 20 Pa:

$$\frac{\Delta p}{v} = \rho_o c = 1,2 \times 340 = 410 \text{ Ns/m}^3$$

da cui
$$v = \frac{20}{410} \approx 5 \text{ cm/s}$$

Lunghezza d'onda e frequenza

Riprendendo in esame il pistone che si muove nel condotto, il periodo T è il tempo necessario ad un giro dell'albero, cioè alla generazione di un'onda completa (compressione+rarefazione). Il periodo è in ovvia relazione con la velocità angolare ω dell'albero:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

L'inverso del periodo è la frequenza, cioè quante onde vengono generate nell'unità di tempo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

La frequenza si esprime di solito in cicli/s o Hertz (Hz). Ovviamente un intervallo di frequenza si può esprimere in Hz; spesso si fa ricorso alle ottave o a frazioni di esse.

Un'ottava è un intervallo di frequenza fra due suoni il secondo dei quali ha frequenza doppia del primo. La scelta di questo tipo di intervallo è dovuta essenzialmente alla risposta dell'orecchio che valuta una variazione di frequenza in termini percentuali: ad esempio una differenza di 100 Hz è molto significativa rispetto ad un suono di 100 Hz, mentre lo è molto poco per un suono di 8000 Hz.

L'orecchio umano percepisce suoni su circa 10 ottave da 16 a 20.000 Hz. Frequenze al di sotto di 16 Hz sono eventualmente percepibili come vibrazioni, mentre al di sopra di 20.000 Hz si entra nel campo degli ultrasuoni, cui alcuni animali sono sensibili.

Ad esempio il cane riesce a percepire suoni fino a 30.000 Hz ed il pipistrello arriva addirittura a 90.000 Hz.

La frequenza percepita da un osservatore in movimento relativo rispetto alla sorgente è diversa rispetto a quando osservatore e sorgente sono immobili rispetto all'aria. L'effetto che può essere chiaramente percepibile va sotto il nome di *Effetto Doppler* ed è riscontrabile anche nei confronti di fenomeni luminosi.

Pressione ed intensità sonore

La pressione sonora p è la variazione di pressione prodotta dal fenomeno sonoro rispetto alla pressione di quiete. Essa è funzione del tempo ed assume valori positivi e negativi (compressioni e rarefazioni). Per quantificarla conviene riferirsi al valore efficace:

$$p_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2 d\tau}$$

La pressione efficace assume un dato valore sempre positivo e soprattutto è di rapida rilevazione strumentale. Per onde sinusoidali si può dimostrare che:

$$p_{eff} = \frac{p_{max}}{\sqrt{2}} \quad \text{sen}^2 \omega\tau = \frac{1 - \cos 2\omega\tau}{2}$$

$$p_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p_{max}^2 \text{sen}^2 \omega\tau d\tau} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega\tau\right) d\tau} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[\frac{1}{2}T - \frac{\text{sen} 2\omega\tau}{2\omega}\right]_0^T} = \frac{p_{max}}{\sqrt{2}}$$

Potenza ed intensità sonora

La potenza sonora W di una sorgente è la totale energia sonora emessa dalla sorgente nell'unità di tempo. Il campo di variabilità della potenza sonora è molto ampio.

Acoustic Power watt	dB re $10^{-12}w$	Typical Sources
100 000 000	200	Saturn Booster Rocket
10 000 000		
1 000 000	180	
100 000		
10 000	160	Boeing 707 - full power
1000		
100	140	75 Piece Orchestra
10		
1	120	Chain Saw
0.1		
0.01	100	
0.001		Average Motor Car
0.000 1	80	
0.000 01		Normal Voice
0.000 001	60	
0.000 000 1		
0.000 000 01	40	
0.000 000 001		Whisper
0.000 000 000 1	20	
0.000 000 000 01		
0.000 000 000 001	0	

Figure 3. Acoustic power

L'intensità sonora I in un punto in una certa direzione è il flusso di energia sonora trasmessa in quella direzione attraverso un'area di sezione unitaria normale alla direzione stessa.

La relazione fra le due grandezze in un campo libero dove le onde sonore si propagano indisturbate nasce da semplici considerazioni geometriche:

$$I = \frac{W}{4\pi r^2}$$

La potenza sonora che compete alle onde generate dal pistone che si muove nel cilindro si calcola dal prodotto della forza pS per lo spostamento nell'unità di tempo v . La potenza media è pari a:

$$W = \overline{pvS} \quad \text{dove} \quad \overline{pv} = \frac{1}{T} \int_0^T pvd\tau$$

Questa potenza W si diffonde secondo onde piane attraverso la sezione S del cilindro; ne consegue che l'intensità I è data da:

$$I = \frac{W}{S} = \overline{pv}$$

Per la legge di Ohm acustica si ha che: $p = \rho cv$

Si conclude che:

$$I = \frac{\overline{p^2}}{\rho c}$$

Una grandezza utile nello studio dei fenomeni sonori è la densità D , definita come l'energia sonora contenuta in un volume unitario; per il caso appena trattato, rappresentativo di onde piane, essa vale:

$$D = \frac{\overline{p^2}}{\rho c} \frac{1}{c} = \frac{\overline{p^2}}{\rho c^2}$$

Capita spesso che la propagazione dell'energia sonora non avvenga per onde piane con direzione perfettamente definita lungo la direttrice che parte dalla sorgente, ma in maniera diffusa cioè con onde provenienti dalle diverse direzioni. E' il caso degli ambienti chiusi dove spesso si fa l'ipotesi semplificativa di campo perfettamente diffuso con onde sonore provenienti uniformemente da tutte le direzioni.

In un campo sonoro di questo tipo si possono considerare piane solo le onde provenienti ad O da un angolo solido elementare $d\Omega$. Data l'uniformità nella distribuzione il quadrato della pressione sonora (ormai di qui in avanti sarà sempre quella efficace) è proporzionale al peso di tale angolo sull'angolo solido totale 4π :

$$\frac{\overline{p^2}}{4\pi} d\Omega$$

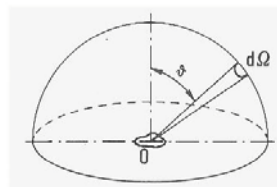
L'intensità sonora corrispondente sul punto O è:

$$dI = \frac{\overline{p^2}}{4\pi\rho c} \cos\theta d\Omega$$

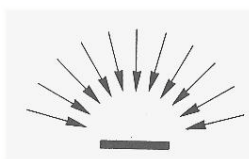
L'intensità sonora si ottiene sommando i contributi da tutte le direzioni dello spazio, valutabili in una semisfera. Si ottiene:

$$I = \frac{p^2}{4\pi\rho c} \int_{2\pi} \cos\theta d\Omega = \frac{p^2}{4\pi\rho c} \int_S \cos\theta \frac{dS}{r^2} = \frac{p^2}{4\pi\rho c} \frac{\pi r^2}{r^2}$$

In conclusione per un campo acustico perfettamente diffuso si ha:



$$I = \frac{p^2}{4\rho c}$$



Il risultato differisce per il 4 al denominatore con quanto trovato precedentemente per il campo libero.

Se ora si calcola la densità D di energia sonora in un campo diffuso, bisogna considerare l'elemento di volume che ha per base l'area elementare dS della calotta sferica e per altezza dr . L'energia sonora contenuta è ovviamente DdV e va ad interessare l'area di controllo dA al centro della sfera proporzionalmente all'angolo solido secondo cui l'area di controllo dA è vista dall'elemento di volume rispetto all'angolo solido totale:

$$DdV \frac{d\omega}{4\pi} = DdSdr \frac{dA\cos\theta}{4\pi r^2}$$

Per conoscere l'energia sonora che nel tempo $d\tau$ attraversa l'area dA bisogna sommare i contributi da tutti le direzioni che si trovano su di una sfera il cui raggio è $cd\tau$:

$$dE = \int_{r=0}^{cd\tau} \int_S \frac{DdAdr}{4\pi r^2} \cos\theta dS = \int_{r=0}^{cd\tau} \frac{D}{4} dAdr$$

L'ultima integrazione fornisce:
$$dE = \frac{DdA}{4} cd\tau$$

Per definizione di intensità sonora si ha che:

$$I = \frac{dE}{dAd\tau} = \frac{Dc}{4}$$

Utilizzando la relazione appena trovata per l'intensità I si conclude:

$$D = \frac{p^2}{\rho c^2}$$

La relazione che collega la densità di energia sonora con il quadrato della pressione sonora è la stessa sia in campo libero che in campo perfettamente diffuso.

La legge di Ohm acustica mostra la proporzionalità fra pressione sonora e velocità di vibrazione delle particelle:

$$p = \rho cv$$

Quest'ultima velocità è legata al prodotto dell'ampiezza di oscillazione per la frequenza. Nel caso semplice del pistone si ha ad esempio:

$$s = A \sin \omega\tau$$

$$v = A\omega \cos \omega\tau$$

$$a = -A\omega^2 \sin \omega\tau$$

L'emissione di frequenze elevate può essere ottenuta con ampiezza ridotta, mentre basse frequenze richiedono ampiezze notevoli. Ci si può rendere conto di questo considerando il movimento della membrana di una cassa acustica. Inoltre si ha:

$$p \propto v \propto A \quad I \propto p^2 \propto A^2 \quad \text{ma anche } I \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow A \propto \frac{1}{r}$$

Il decibel

L'orecchio umano non giudica le grandezze acustiche in termini assoluti, ma di quante volte una è più grande dell'altra. Tenendo conto dell'ampia variazione delle grandezze, risulta opportuno l'uso di una scala logaritmica. Per questa scala è necessario fornire un livello di riferimento. Per la pressione sonora si sceglie il livello di soglia uditiva a 1000 Hz che è pari a $p_o=2 \times 10^{-5}$ Pa.

Il livello della pressione sonora espresso in dB (*decibel*) è pari a:

$$L_p = 20 \log \frac{P}{p_o}$$

L'estremo superiore per la pressione sonora si può porre alla soglia del dolore per l'orecchio che è a circa 200 Pa (notare che è appena lo 0,02% della pressione atmosferica).

L'intervallo dei valori per il livello va allora da 0 a 120 dB.

La Tabella riporta valori di livello della pressione sonora di rumori caratteristici. Verrà chiarito più avanti il significato dell'aggiunta (A) al valore in dB.

dB(A)	Esempio	Valutazione soggettiva
140	In prossimità di un motore a jet	
130	soglia del dolore	
120	macchina per chiodatura	assordante
110	motociclo in accelerazione a pochi metri di distanza	
100	clacson di automobile a pochi metri	
90	strada urbana rumorosa	molto forte
80	locale pubblico rumoroso	
70	locale di dattilografia	forte
60	traffico automobilistico libero	
50	conversazione normale	moderato
40	radio TV a basso volume	
30	ambiente residenziale medio	debole
20	ticchettio orologio	
10	fruscio foglie	debolissimo
0	soglia	

Si può definire similmente il livello per la potenza sonora. Per riferimento si sceglie la potenza $W_o=10^{-12}$ watt.

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_o}$$

Si può operare la stessa scelta anche per l'intensità sonora con un valore di riferimento convenzionalmente assunto pari a $I_o = 10^{-12} \text{ W/m}^2$:

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_o}$$

Dal momento che :

$$p^2 = I \rho c$$

$$L_p = 10 \log \frac{p^2}{p_o^2} = 10 \log \frac{p^2 \rho c}{\rho c p_o^2} \quad \text{ma } \rho c = 1,2 \times 340 \approx 400 \text{ kg / m}^2 \text{ s} = \frac{(2 \times 10^{-5})^2}{10^{-12}} = \frac{p_o^2}{I_o}$$

Si conclude che:

$$L_p \approx L_I$$

La precedente identità è verificata solo nei limiti per i quali vale:

$$\rho c = 1,2 \times 340 \approx 400 \text{ kg / m}^2 \text{ s}$$

Essa risulta sempre meno approssimata quando pressione e temperatura si allontanano sempre di più dai valori correnti.

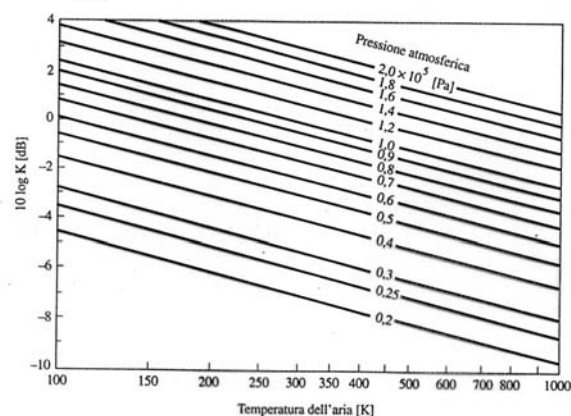


Figura 2.3 Valori del termine correttivo $10 \log_{10} K$ in funzione della temperatura dell'aria [K] e della pressione atmosferica [Pa].

Può risultare utile per apprezzare l'entità della potenza sonora eseguire alcune valutazioni sulle casse acustiche che rientrano nelle esperienze di tutti.

Si definisce potenza di lavoro per una cassa acustica la potenza RMS (elettrica efficace) necessaria per ottenere 96 dB ad 1 m di distanza.

Un valore indicativo potrebbe essere attorno ad 8 watt. Questa potenza non va assolutamente confusa con la potenza sonora che è valutabile in campo libero, calcolando l'intensità I :

$$I = 10^{-12} \times 10^{9,6}$$

Di qui è facile stimare la potenza sonora in campo libero con un raggio di 1 metro:

$$W = 4\pi I = 0,05 \text{ watt}$$

Questo mostra che l'efficienza di trasformazione da potenza elettrica a potenza sonora è (per fortuna!) molto bassa e comunque il livello della potenza sonora è ragguardevole:

$$\frac{W}{W_{RMS}} \approx 0,007$$

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_o} = 107 \text{ dB}$$

L'intensità risultante di due suoni di eguale intensità dà luogo generalmente ad un'intensità doppia:

$$I_2 = 2 I_1$$

Questo implica un'aritmetica diversa per i livelli:

$$L_2 = 10 \log \frac{2 I_1}{I_o} = 10(\log 2 + \log \frac{I_1}{I_o}) \approx L_1 + 3$$

Per due suoni di diversa intensità si applica la stessa procedura salvo che la differenza del suono risultante dagli originari sarà < 3 dB



Oscillogrammi e spettri sonori

L'orecchio coglie tre caratteristiche principali di un suono: l'altezza, l'intensità e il timbro.

L'altezza è legata alla frequenza, l'intensità alla potenza sonora e alla distanza, il timbro alle leggi delle vibrazioni che compongono il suono.

Le tre caratteristiche possono essere qualificate dalla funzione temporale della pressione sonora, ottenibile attraverso un oscilloscopio a raggi catodici.

Il risultato ottenuto è un oscillogramma.

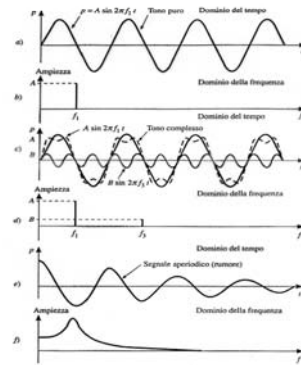
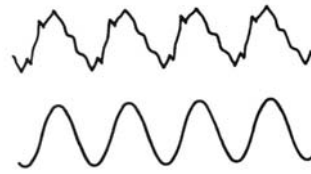
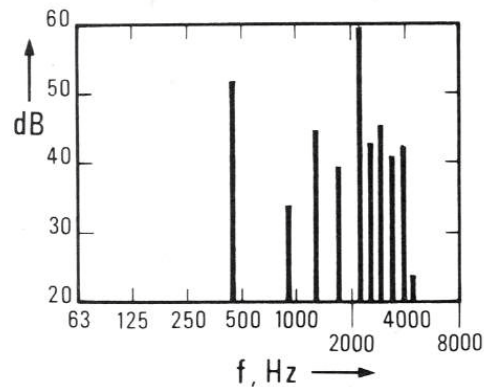


Figura 2.4 Rappresentazione nel dominio del tempo e della frequenza (spettro) di un suono puro (a e b), di un suono complesso periodico (c e d) e di un suono aperiodico (e ed f).

La rappresentazione del livello di pressione di ogni armonica del suono costituisce lo spettro sonoro. Nel caso di un suono puro lo spettro è costituito da una sola linea in corrispondenza della frequenza del suono stesso. Nel caso di un suono periodico complesso lo spettro è formato da più linee in corrispondenza delle armoniche.



Un suono aperiodico può essere scomposto in una somma di infiniti termini armonici in cui la differenza di frequenza di due termini successivi è infinitesima: l'insieme delle frequenze dei termini componenti dà luogo ad uno spettro continuo.

La rappresentazione può essere semplificata con l'introduzione delle bande di frequenza.

Lo spettro udibile di frequenze viene suddiviso in modo tale da avere per ogni banda larghezza costante o proporzionale alla larghezza inferiore della banda.

Di solito in acustica si opera quest'ultima scelta: l'ampiezza di banda e le frequenze inferiori e superiori risultano in progressione geometrica. La frequenza centrale è definita dalla relazione:

$$f_c = \sqrt{f_1 f_2}$$

Le frequenze utilizzate in acustica hanno la ragione della progressione geometrica pari ad una potenza di 2:

$$f_2 = 2^n f_1$$

Per $n=1$ si ottengono le bande d'ottava:

$$f_2 = 2 f_1 \quad f_1 = \frac{f_c}{\sqrt{2}} \quad f_2 = \sqrt{2} f_c$$

Per un'analisi più accurata si ricorre alla banda di 1/3 di ottava ($n=1/3$):

$$f_2 = \sqrt[3]{2} f_1 \quad f_1 = \frac{f_c}{\sqrt[3]{2}} \quad f_2 = \sqrt[3]{2} f_c$$

Il rapporto fra ampiezza di banda e la f_c è pari a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ e per 1/3 ottava a:

$$\frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2}} \approx 0,2315$$

Questo numero è molto vicino a 0,2357

$$\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

20k	16k	22.4 K
16k		
12.5k		11.3 K
10k		
8k	8k	
6.3k		5.6 K
5k		
4k	4k	2.8 K
3.15k		
2.5k		
2k	2k	1.4 K
1.6k		
1.25k		
1k	1k	
800		707
630		
500	500	
400		354
315		
250	250	177
200		
160		
125	125	89
100		
80		
63	63	44.5
50		
40		
31.5	31.5	22.5
25		

Octave band limit frequencies Hz

Octave centre frequencies Octave centre frequencies

La suddivisione è fissata con convenzione internazionale. Per misure più accurate si eseguono analisi spettrali in banda stretta, di ampiezza costante, in genere di 1 Hz.

Tabella 2.1 Suddivisione dello spettro di frequenze udibili in bande di ottava e di terzi di ottava.

Banda	Ottava			Terzi di ottava		
	Frequenza inferiore	Frequenza centrale	Frequenza superiore	Frequenza inferiore	Frequenza centrale	Frequenza superiore
12	11	16	22	14,1	16	17,8
13				17,8	20	22,4
14				22,4	25	28,2
15	22	31,5	44	28,2	31,5	35,5
16				35,5	40	44,7
17				44,7	50	56,2
18	44	63	88	56,2	63	70,8
19				70,8	80	89,1
20				89,1	100	112
21	88	125	177	112	125	141
22				141	160	178
23				178	200	224
24	177	250	355	224	250	282
25				282	315	355
26				355	400	447
27	355	500	710	447	500	562
28				562	630	708
29				708	800	891
30	710	1000	1420	891	1000	1122
31				1122	1250	1413
32				1413	1600	1778
33	1420	2000	2840	1778	2000	2239
34				2239	2500	2818
35				2818	3150	3548
36	2840	4000	5680	3548	4000	4467
37				4467	5000	5623
38				5623	6300	7079
39	5680	8000	11360	7079	8000	8913
40				8913	10000	11220
41				11220	12500	14130
42	11360	16000	22720	14130	16000	17780
43				17780	20000	22390

Lo spettro in 1/3 di ottava dà più dettaglio della banda di ottava che si può ricavare infatti da questo (non viceversa!). Nei confronti di uno stesso rumore lo spettro in banda di ottava si trova un po' più in alto di quello in banda di 1/3 di ottava dal momento che il primo deriva dalla somma di 3 livelli del secondo

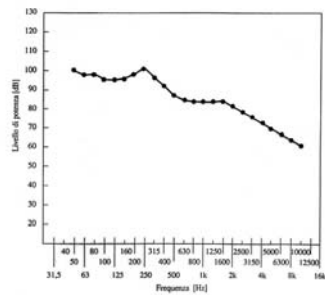
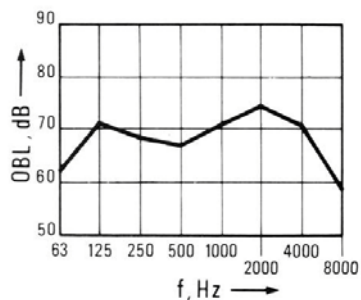


Figura 2.6 Spettro del livello di potenza di un ventilatore centrifugo misurato in bande di terzi di ottava.

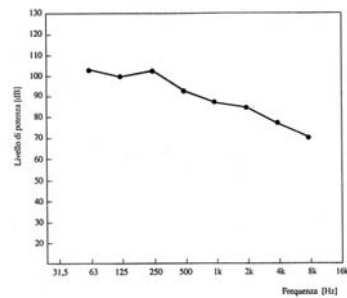


Figura 2.5 Spettro del livello di potenza di un ventilatore centrifugo misurato in bande di ottava.

Lo schema fornisce un'idea della distribuzione delle frequenze dell'udibile:

