

## 12. LO SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE

### 12.1 Introduzione

La convezione termica è una modalità di trasmissione del calore che può realizzarsi quando almeno uno dei due corpi che si scambiano calore è un fluido. Condizione necessaria perché il fenomeno avvenga è che il fluido sia posto in moto relativo rispetto all'altro corpo con cui scambia calore.

Dunque la convezione può avvenire tra un solido ed un liquido, tra un solido ed un aeriforme, tra un liquido ed un aeriforme, ma anche tra due liquidi immiscibili.

In generale si può affermare che la convezione avviene in seno al fluido in uno spazio limitato che ha inizio all'interfaccia con l'altro corpo e fine ad una distanza che dipende dal caso in esame, ma che è comunque alquanto ridotta.

Il moto relativo del fluido può avere cause differenti. Può, ad esempio, essere dovuto a dispositivi meccanici (ventilatori, pompe ecc.) o a fenomeni naturali (vento, correnti marine ecc.) che impongono al fluido una certa velocità. La convezione viene allora detta forzata. Quando invece il moto è generato proprio dallo scambio termico in corso la convezione viene allora detta naturale o libera. In tal caso lo scambio termico modifica le caratteristiche termodinamiche del fluido, in particolare la sua densità, originando uno spostamento di massa: volumi di fluido con più bassa densità tendono infatti a salire richiamando al loro posto volumi di fluido con densità maggiore.

La distinzione tra i due tipi di convezione non è netta e spesso nelle situazioni reali essi coesistono. Si tratta di due situazioni estreme cui è spesso utile ricondurre i fenomeni reali per ottenere semplificazioni analitiche.

Nella convezione le modalità microscopiche di trasmissione dell'energia sono le medesime che nel caso della conduzione. La sostanziale differenza sta nel fatto che, essendo il fluido in moto, al trasporto di energia dovuto alle interazioni molecolari si somma il moto di materia che veicola tale energia nello spazio e nel tempo. Se il fluido restasse fermo il meccanismo di trasmissione del calore al suo interno sarebbe quello di conduzione e l'energia si trasmetterebbe tra le particelle senza moto macroscopico di materia.

Gli effetti della trasmissione di calore e quelli del moto del fluido sono intimamente congiunti nel veicolare l'energia all'interno del fluido, si accennerà nel prossimo paragrafo brevemente alle proprietà dei fluidi reali e alle leggi che ne governano il moto. Ci si occuperà poi in maniera più approfondita dello scambio convettivo tra la superficie di un solido ed un fluido, caso di notevole importanza nelle applicazioni edilizie

### 12.2 Alcuni cenni al moto dei fluidi

In base alla rappresentazione particellare della materia, è possibile associare ad ogni particella di un fluido in moto una velocità  $w$ . Poiché la velocità è una grandezza vettoriale, la

regione dello spazio in cui si svolge il moto del fluido è definita attraverso un campo vettoriale detto campo di velocità  $\mathbf{w}(x,y,z)$ . E' evidente che la velocità sarà funzione solo delle tre coordinate  $x,y,z$  quando il moto del fluido è di tipo *stazionario o permanente*, ovvero costante nel tempo. In caso di moto non stazionario, invece, la velocità sarà una funzione anche del tempo:  $\mathbf{w}(x,y,z,\tau)$ .

E' importante ricordare come il moto di un fluido possa avvenire secondo due modalità differenti in corrispondenza delle quali i regimi di flusso vanno rispettivamente sotto il nome di regime laminare e regime turbolento. Nel regime di moto **laminare**, il fluido procede in modo ordinato e regolare: le linee di flusso (filetti fluidi), che corrispondono alle traiettorie delle sue particelle, sono parallele tra loro. Di conseguenza non si ha mescolamento tra parti diverse del sistema fluido in moto. E' possibile definire per le diverse grandezze fisiche in ogni punto del fluido e per ogni istante di tempo un ben determinato valore numerico. In genere l'ordine viene dettato da una superficie solida che «organizza» nelle sue vicinanze il moto delle molecole fluide. Diversamente, nel caso di moto **turbolento**, le traiettorie del fluido sono tortuose e complesse con continui processi di mescolamento in seno alla corrente tra masse di fluido di zone differenti. Sono proprio le distorsioni nelle linee di flusso che, se si amplificano, provocano il formarsi di un regime di moto più caotico e casuale in cui le grandezze fisiche locali variano nel tempo e nello spazio senza seguire leggi determinabili.

### ESEMPIO

Si riporta un esempio tratto dal testo *Principi di trasmissione del calore*, di F. Kreith riguardante la differenza tra il regime di moto laminare e turbolento. Per rappresentarsi il moto laminare si possono paragonare le particelle di fluido a soldati che marciano in una parata militare. I filetti fluidi sono allora rappresentati dalle file di soldati nella direzione del moto, che marciano parallele tra loro lungo il percorso: quando il percorso piega lungo un angolo piegano pure le file di soldati mantenendo tuttavia l'ordine e la regolarità che le contraddistinguono.

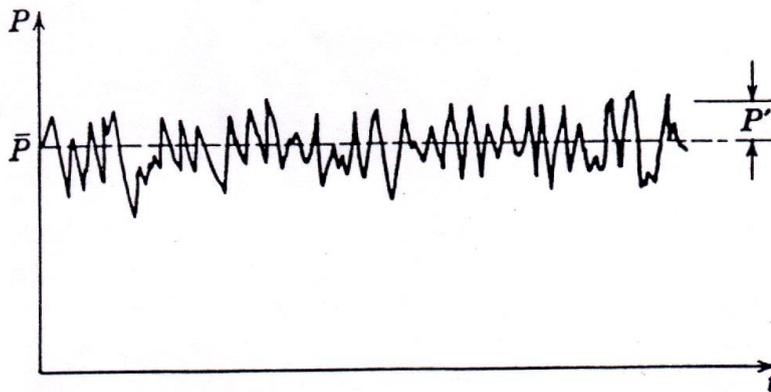
Il moto turbolento si può invece paragonare ad una folla in movimento in una stazione della metropolitana. La tendenza generale è quella di andare dall'ingresso ai treni ma a tale tendenza si sovrappongono le deviazioni dei singoli viaggiatori dovute alla loro diversa velocità e alla loro individuale abilità di superare le persone più lente.

Nel caso di moto turbolento se si riportasse su un grafico in funzione del tempo il valore istantaneo in un punto di una proprietà fisica  $P$ , si otterrebbe un andamento simile a quello di figura 12.1. La suddetta proprietà potrebbe essere ottenuta come somma di un valore medio temporale  $\bar{P}$  e di una componente fluttuante  $P'$ . La media deve essere effettuata in un periodo temporale sufficientemente ampio rispetto al periodo delle oscillazioni di  $P$ . Inoltre, detto  $T$  il periodo di tempo esaminato, si ottiene:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P d\tau \quad (12.1)$$

In questo modo il valore istantaneo di ciascuna grandezza risulta essere definito dalla relazione:

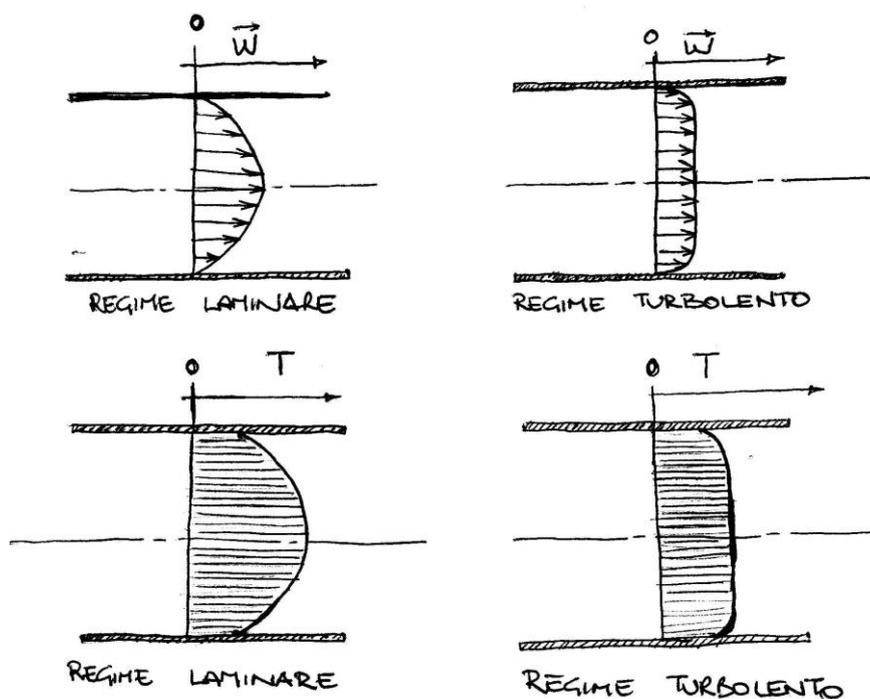
$$P = \bar{P} + P' \quad (12.2)$$



**Figura 12.1.** Variazione della proprietà  $P$  in regime turbolento

Un semplice modello attribuisce il trasporto del momento, del calore e della massa in uno strato turbolento al moto di vortici: a causa della presenza di tale moto il trasporto di massa, momento e calore aumenta omogeneizzando le condizioni del fluido.

Se si considera ad esempio il moto di un fluido dentro una tubazione (fig.12.2) l'effetto del contributo turbolento rende i profili di velocità e temperatura più uniformi. Il gradiente di velocità (ed il valore dello sforzo tangenziale  $\tau$ ) nella zona vicina alla superficie è molto più elevato nel caso turbolento che in quello laminare: i gradienti più elevati rendono più consistente lo scambio termico vicino alla superficie.



**Figura 12.2.** Profili di velocità e temperatura in una tubazione.

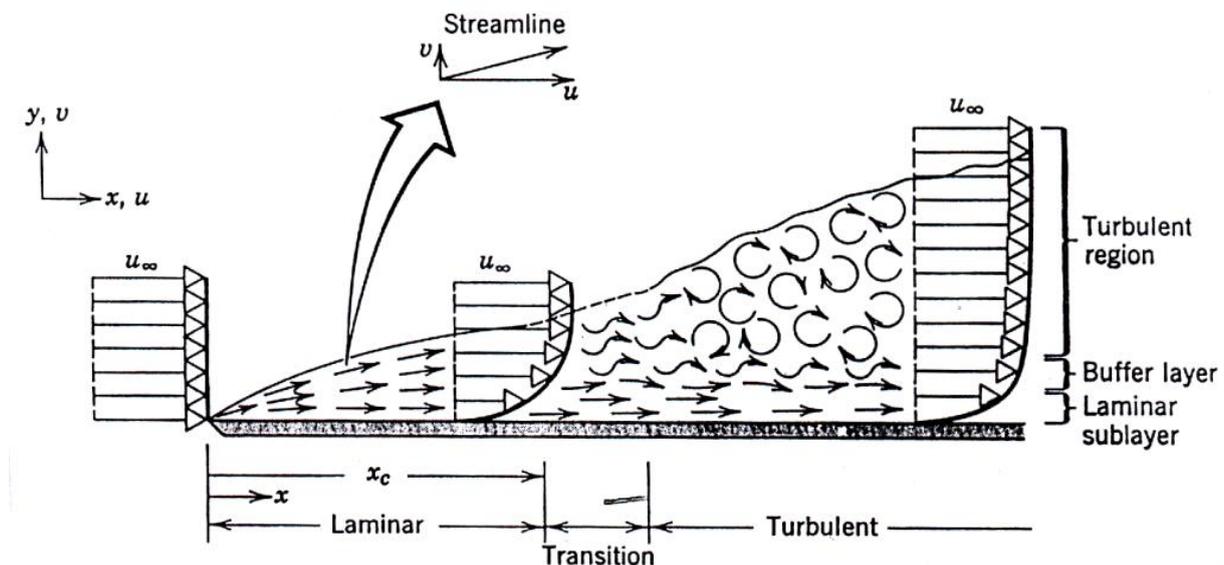
La configurazione di moto turbolento è pertanto maggiormente desiderabile in applicazioni ingegneristiche. Tuttavia l'aumento dello sforzo tangenziale  $\tau$  richiede un aumento della potenza richiesta per le pompe o i ventilatori.

L'instaurarsi dell'uno o dell'altro regime è legato alla particolare condizione del sistema in esame ossia alle proprietà del fluido, densità  $\rho$ , viscosità  $\mu$ , al valore della velocità  $w$ , alla rugosità della superficie con cui il fluido è a contatto, alle caratteristiche geometriche del sistema considerato attraverso una dimensione caratteristica  $L$ . In altri termini il formarsi della turbolenza è vincolato al rapporto tra forze di inerzia e forze viscosi (o di attrito): se questo è a favore delle prime, il regime di moto che si instaura è turbolento.

In ogni caso il regime di moto può essere individuato da un parametro adimensionale che tiene conto di tutte queste grandezze e che corrisponde proprio al rapporto tra forze di inerzia e forze viscosi ossia dal **numero di Reynolds**:

$$Re = \frac{\rho \cdot L \cdot w}{\mu} \quad (12.3)$$

In linea generale alti valori di Re corrispondono ad un moto turbolento, mentre bassi valori del numero di Reynolds descrivono un moto laminare. E' possibile poi che in punti diversi di un fluido in moto si abbiano regimi di moto differenti. E' quello che succede ad esempio su di una lastra piana lambita da un fluido (fig. 12.3).



**Figura 12.3.** Diversi regimi di moto su lastra piana

Nelle vicinanze della lastra, dopo averne incontrato l'attacco, il fluido modifica il proprio regime di moto e si sviluppa il moto laminare. Lontano dalla lastra se la velocità è sufficientemente elevata si avrà invece una regione di moto turbolento pienamente sviluppato. Analizzando lo strato limite si possono individuare nel suo spessore tre zone:

- un sottostrato laminare, in cui il fenomeno di trasporto è prevalentemente di tipo conduttivo e in cui i profili di velocità sono quasi lineari;
- una regione intermedia, nella quale i fenomeni di trasporto sono sia conduttivi che macroscopici;
- la zona turbolenta, in cui il trasporto di massa ed energia è di tipo macroscopico.

Per la lastra piana si ottiene sperimentalmente che la transizione tra i due regimi di moto si verifica per valori del numero di Reynolds compresi tra  $10^5$  e  $3 \cdot 10^6$ .

Per moto all'interno di condotte, il valore di Reynolds critico si riduce a 2300 (anche se occorre superare 10 000 per avere turbolenza pienamente sviluppata).

### 12.3 Studio della convezione

E' intuibile che i fenomeni fluidodinamici non sono indipendenti da quelli termici, il campo della velocità e quello della temperatura nel fluido sono strettamente connessi e ne consegue che nello studio della convezione i processi termici e dinamici devono essere affrontati simultaneamente. Il **campo termofluidodinamico** è noto quando in ogni punto sono noti (eventualmente anche in funzione del tempo) i valori di tutte le variabili che definiscono lo stato cinematico e termodinamico del fluido.

In molti casi, per la descrizione del campo termofluidodinamico sono necessarie 5 equazioni differenziali indipendenti (2 per le variabili termodinamiche e 3 per le componenti della velocità). In genere le cinque equazioni utilizzate sono: il bilancio della **massa**, il bilancio dell'**energia** (ciascuno espresso da un'equazione scalare) e l'equazione della quantità di **moto** (che è una grandezza vettoriale) che viene espressa mediante le tre equazioni scalari delle componenti  $x, y, z$ .

Rimandiamo per una trattazione più dettagliata gli interessati ad esempio a *Transport Phenomena*, Bird et al., Wiley.

Data la complessità delle suddette equazioni e le difficoltà nella loro soluzione anche con metodi numerici (computerizzati), nello studio della trasmissione del calore per convezione è quasi indispensabile l'analisi sperimentale su modelli fisici. La generalizzazione dei risultati sperimentali avviene attraverso dei coefficienti adimensionali che caratterizzano dal punto di vista geometrico e termofisico la configurazione fisica studiata.

#### 12.3.1 Strato limite dinamico

Si consideri il moto di un fluido lungo una piastra piana. Si assuma che il moto sia prevalentemente in direzione parallela alla piastra considerata in modo da poter considerare solo la componente della velocità parallela appunto alla parete  $u$ . Sufficientemente lontano dalla parete si può ritenere  $u = u_\infty$  (corrente indisturbata). In vicinanza alla parete, le particelle a contatto con la superficie stessa assumono velocità nulla.

Queste particelle, a causa della viscosità del fluido, ritardano il moto delle particelle adiacenti sino ad una distanza  $y = \delta$  dalla superficie, distanza alla quale l'effetto descritto diviene trascurabile. Le diverse particelle di fluido in moto quindi a velocità diverse esercitano le une sulle altre uno sforzo tangenziale  $\tau$ , che agisce lungo piani paralleli alla piastra.

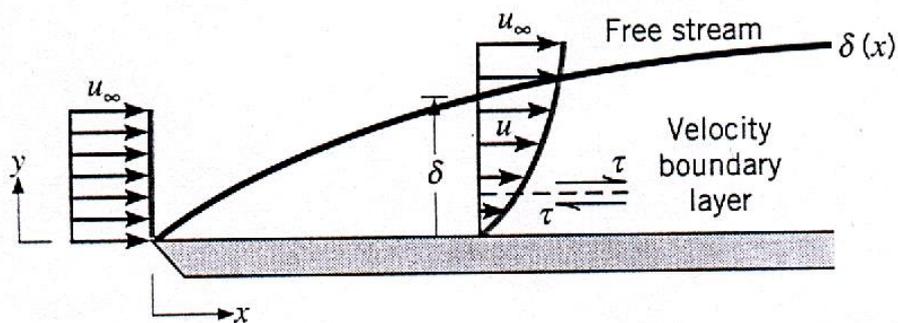
Al crescere della distanza dalla superficie considerata cresce la componente della velocità parallela alla superficie sino al valore della corrente indisturbata  $u_\infty$ ; al crescere della distanza dal bordo di ingresso, cresce lo spessore  $\delta$  dello strato limite aumentando gli effetti della

viscosità nel flusso. Viene definito come strato limite la regione nella quale si manifesta un gradiente di velocità rilevante, con uno sforzo tangenziale proporzionale al gradiente stesso; lo spessore locale  $\delta$  dello strato limite è tale che risulta  $u(\delta) = 0,99 u_\infty$ . La Figura 12.4 evidenzia lo sviluppo dello strato limite dinamico su di una lastra piana.

Assumendo il fluido newtoniano, lo sforzo tangenziale alla superficie  $\tau_s$ , si può determinare da:

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x=0} \quad (12.9)$$

essendo  $\mu$  [kg/(m·s)] la viscosità dinamica.



**Figura 12.4.** Strato limite dinamico su lastra piana

### 12.3.2 Strato limite termico

Come per lo strato limite dinamico, nelle vicinanze di una parete lambita da un fluido si manifesta uno strato limite termico nel caso vi sia differenza di temperatura tra parete e fluido. Si consideri una lastra piana isoterma (a temperatura  $T_w$ ) lambita da un fluido a temperatura  $T_\infty < T_w$ : sul bordo dove il fluido inizia a lambire la lastra (bordo di attacco) il profilo termico è uniforme essendo  $T(y) = T_\infty$ . Le particelle di fluido in contatto con la piastra assumono temperatura uguale a quella della piastra stessa raggiungendo con questa l'equilibrio termico. A loro volta queste particelle scambiano energia con le particelle degli strati adiacenti sino allo spessore  $\delta_t$  oltre il quale si verifica che la temperatura è pari a quella del fluido indisturbato  $T_\infty$ .

In particolare lo spessore dello strato limite termico è quello per il quale risulta:

$$\frac{(T_w - T)}{(T_w - T_\infty)} = 0,99 \quad (12.10)$$

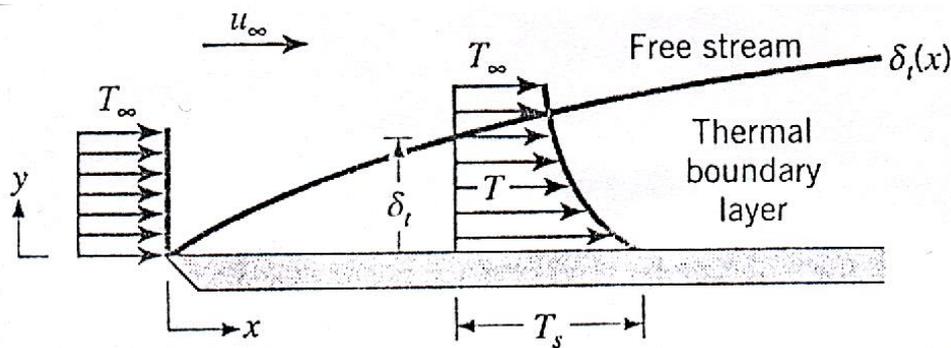
Al crescere della distanza dal bordo di ingresso, cresce lo spessore  $\delta_t$  dello strato limite aumentando gli effetti dello scambio termico nel flusso. E' interessante notare che, nello strato limite termico, per una distanza  $x$  qualsivoglia dal bordo di attacco e per una superficie infinitesima  $dA$ , a distanza  $y=0$  dalla parete, può essere applicata la relazione di scambio termico conduttivo (calcolato con il postulato di Fourier). Indicando con  $\lambda_f$  conducibilità

termica del fluido [W/(m·K)] si ha:

$$q'' = -\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (12.11)$$

Per la verità un simile meccanismo di trasmissione dell'energia ha luogo anche negli strati successivi a distanza  $y > 0$  dalla parete quando il fluido è in moto laminare. Se il fluido è caratterizzato da moto laminare lo scambio termico in direzione perpendicolare al moto del fluido avviene unicamente per conduzione.

Una situazione drasticamente diversa, invece, è quella relativa al moto turbolento. In questo caso il meccanismo di conduzione del calore da particella a particella è potenziato dall'instaurarsi di innumerevoli vortici che favoriscono lo scambio di energia interna tra le diverse zone di fluido.



**Figura 12.5.** Strato limite termico su lastra piana

I casi pratici in cui il fenomeno di convezione è contraddistinto solo da moto del fluido di tipo laminare sono tuttavia un'eccezione. Nella maggior parte dei casi, infatti, nel fenomeno di convezione sono compresenti entrambi i tipi di moto: il moto laminare contraddistingue infatti zone di fluido prossime alla parete mentre il moto turbolento caratterizza zone di fluido che distano un po' di più dalla parete. Il passaggio da un tipo di moto all'altro avviene gradatamente cosicché, in una zona di fluido intermedia alle due precedenti, si genera un tipo di moto misto. E' chiaro poi a questo punto come moto del fluido e convezione siano fenomeni intimamente connessi e quindi nell'esaminare un qualsiasi problema di convezione è per prima cosa indispensabile precisare il regime di moto.

## 12.4 La descrizione della convezione

Si consideri un fluido a temperatura  $T_\infty$  che si muove a velocità  $u$  lungo una superficie di area  $A$  e forma arbitraria. Tale superficie abbia una temperatura uniforme  $T_w$  diversa da  $T_\infty$ . Il flusso termico  $q''$  scambiato per convezione tra superficie e fluido in ogni punto della superficie considerata può essere espresso dalla relazione di Newton:

$$q'' = h \cdot (T_\infty - T_w) \quad (12.12)$$

in cui  $h$  è il **coefficiente di scambio termico locale per convezione** [W/(m<sup>2</sup>·K)].

La potenza termica scambiata  $q$  dall'intera superficie  $A$ , poiché le condizioni di moto variano lungo la superficie stessa, sarà ottenuta da:

$$q = \int_A q'' dA = (T_\infty - T_w) \int_A h dA \quad (12.13)$$

ovvero, definendo un **coefficiente di scambio termico per convezione medio**  $\bar{h}$  come:

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int_A h dA \quad (12.14)$$

e quindi:

$$q = \bar{h} \cdot A \cdot (T_\infty - T_w) \quad (12.15)$$

In genere poi quando si parla di coefficiente di convezione nelle applicazioni pratiche si intende il coefficiente medio.

**Noto il valore di  $h$  è possibile valutare il flusso di calore quindi la sua determinazione costituisce il problema fondamentale della convezione termica. Purtroppo dare un valore a  $h$  non è facile dal momento che esso dipende sia dalle proprietà del fluido (viscosità, densità, conduttività termica, calore specifico) sia dalla configurazione geometrica e dalle condizioni di moto (dimensione caratteristica  $L$  e velocità  $w$ ).**

E' interessante notare che, nello strato limite termico, per una distanza  $x$  qualsivoglia dal bordo di ingresso e per una superficie infinitesima  $dA$ , a distanza  $y=0$  dalla parete, può essere applicata la relazione di scambio termico che eguaglia il flusso termico scambiato per convezione tra la parete ed il fluido a quello trasmesso conduttivamente attraverso il primo strato a contatto con la parete (calcolato con il postulato di Fourier). Indicando con  $\lambda_f$  conducibilità termica del fluido [W/(m·K)] si ha:

$$q'' = h \cdot (T_\infty - T_w) = -\lambda_f \cdot \left. \frac{\delta T}{\delta y} \right|_{y=0} \quad (12.16)$$

Alla superficie infatti, poiché non vi è moto del fluido, l'energia termica è trasferita per conduzione. Si può quindi esprimere il coefficiente di scambio convettivo nel seguente modo:

$$h = \frac{-\lambda_f \cdot \left. \frac{\delta T}{\delta y} \right|_{y=0}}{(T_\infty - T_w)} \quad (12.17)$$

che indica la forte influenza del gradiente di temperatura alla superficie di separazione fluido - parete sullo scambio termico convettivo.

Se ci si rapporta ad una lunghezza  $L$  caratterizzante la geometria del sistema (diametro della tubazione, lunghezza della parete) la 12.16 diviene, dopo aver moltiplicato ambo i membri per  $L$ :

$$L \cdot h \cdot (T_{\infty} - T_w) = -L \cdot \lambda \cdot \left. \frac{\delta T}{\delta y} \right|_{y=0} \rightarrow L \cdot \frac{h}{\lambda} = - \frac{L}{(T_{\infty} - T_w)} \cdot \left. \frac{\delta T}{\delta y} \right|_{y=0}$$

Il raggruppamento adimensionale:

$$Nu = L \cdot \frac{h}{\lambda}$$

prende il nome di **numero di Nusselt** e rappresenta il rapporto tra il calore che viene scambiato per convezione, tra la superficie ed il fluido, ed il calore che la stessa superficie scambierebbe per conduzione attraverso uno strato di fluido fermo di spessore  $L$ .

Maggiore è il valore del numero di Nusselt maggiore è l'influenza del trasporto di massa (ovvero dei meccanismi convettivi) nello scambio termico.

## 12.5 Il metodo per lo studio della convezione, l'analisi dimensionale

Nello studio della convezione come è già stato detto l'obiettivo fondamentale è la valutazione del coefficiente di convezione.

Data la difficoltà nel risolvere per via analitica le equazioni costitutive cui prima si è accennato, nello studio della convezione è quasi indispensabile il ricorso all'indagine sperimentale su modelli fisici, supportata dall'analisi dimensionale. Questo metodo consente di generalizzare i risultati sperimentali mediante dei numeri puri, ognuno dei quali costituisce un raggruppamento di alcune delle grandezze fisiche da cui dipende il fenomeno convettivo (che entrano in gioco nella descrizione del fenomeno).

In pratica per situazioni geometricamente simili e per condizioni al contorno dello stesso tipo si ottengono sperimentalmente delle equazioni particolari, che consentono il calcolo di  $h$ ; queste equazioni risultano uguali tra loro se ognuno dei numeri puri assume lo stesso valore nei diversi sistemi fisici in esame.

I numeri puri sono ricavati in base al **teorema di Buckingham**. Secondo tale teorema se un'equazione, che descrive un fenomeno fisico, è dimensionalmente omogenea (se cambiando le unità di misura non cambia l'equazione) essa può essere ridotta ad una relazione tra una serie completa di gruppi adimensionali. Per serie completa si intende che ogni gruppo è indipendente, non è ricavabile per combinazione lineare dagli altri.

L'equazione di partenza deve essere del tipo:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n) = 0$$

nel nostro caso:

$$f(L, \omega, \rho, \mu, \lambda, c_p, h) = 0$$

in forma esplicita rispetto al coefficiente di scambio termico convettivo  $h$ :

$$h = f(L, \omega, \rho, \mu, \lambda, c_p)$$

Secondo il teorema di Buckingham, se  $n$  sono le grandezza in gioco ed  $m$  le grandezze fondamentali in gioco (nel nostro caso: lunghezza, massa, tempo, temperatura) il fenomeno può essere trattato in termini di  $n-m$  gruppi adimensionali legati tra loro da una relazione del tipo:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}) = 0$$

$$\Pi_1 = F(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m-1}) = 0$$

Il legame tra questi gruppi adimensionali può essere una relazione empirica ricavata sperimentalmente. Si predispongono degli esperimenti in modo tale da far variare il valore dei gruppi uno alla volta e risalire così ad una relazione analitica. Di qui l'opportunità che tali gruppi, pur essendo adimensionali, rappresentino dei raggruppamenti di grandezze con un significato fisico, anche se le loro dimensioni si elidono reciprocamente: così come ad esempio il numero di Reynolds rappresenta il rapporto tra forze di inerzia e forze di attrito.

Se questi gruppi contengono delle grandezze che rappresentano le caratteristiche geometriche ( $d$ ) e termofisiche del sistema fisico, la soluzione, ovvero la relazione tra i gruppi adimensionali da cui è ricavabile  $h$ , può essere generalizzata in funzione di tali caratteristiche.

Si ottengono delle relazioni che legano tra di loro i seguenti parametri adimensionali, da queste relazioni, in particolare da quella che definisce il numero di Nusselt è possibile ricavare il valore del coefficiente di scambio convettivo:

Numero di **Reynolds**: 
$$Re = \frac{\rho \cdot L \cdot w}{\mu} = \frac{L \cdot w}{\nu} \quad (12.18)$$

come già detto rappresenta il rapporto tra forze di inerzia e forze di attrito,

Numero di **Nusselt**: 
$$Nu = \frac{h \cdot L}{\lambda_f} \quad (12.19)$$

Rappresenta, come detto nel paragrafo (12.4), la reale incidenza dei meccanismi convettivi nello scambio termico realizzato,

Numero di **Prandtl**: 
$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda_f} = \frac{\nu}{a} \quad (12.20)$$

rappresenta il rapporto tra la disponibilità del fluido a trasportare quantità di moto e la sua disponibilità a trasportare calore, dipende dalla natura del mezzo e dal suo stato fisico,

Numero di **Grashof**: 
$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_w - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2} \quad (12.21)$$

rappresenta il rapporto tra le forze di inerzia e di galleggiamento da una parte (al numeratore) e le forze di attrito al quadrato dall'altra (al denominatore).

In tutte le suddette equazioni il significato dei simboli è il seguente:

$\rho$  = densità del fluido [kg/m<sup>3</sup>];  
 $g$  = accelerazione di gravità [m<sup>2</sup>/s];  
 $w$  = velocità media del fluido [m/s];  
 $\mu$  = viscosità dinamica [kg/(m · s)];  
 $\nu$  = viscosità cinematica [m<sup>2</sup>/s] =  $\mu / \rho$ ;  
 $a$  = diffusività termica [m<sup>2</sup>/s];  
 $\lambda_f$  = conduttività termica del fluido [W/(m·K)];  
 $L$  = grandezza geometrica caratteristica [m].  
 $\beta$  = coefficiente di espansione termica, definito da:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad \beta \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad \beta \approx \frac{1}{T} \quad (12.22)$$

La relazione che si trova sperimentalmente tra i suddetti numeri puri è in generale del tipo:

$$Nu = f(Re, Gr, Pr)$$

O, con una relazione interpolante i dati sperimentali:

$$Nu = C \cdot Re^a \cdot Gr^b \cdot Pr^c$$

Determinati sperimentalmente il coefficiente  $C$  e gli esponenti  $a$ ,  $b$ ,  $c$  è possibile calcolare con la relazione ottenuta il valore di  $h$  (che è contenuto nel numero di Nusselt) per situazioni fisicamente simili. Si possono così eseguire misure su modelli ed estenderne la validità a situazioni reali.

### 12.5.1 Convezione Forzata

Molte applicazioni ingegneristiche riguardano scambi termici con fluidi il cui moto è provocato dall'azione di pompe, ventilatori, ecc. si parla in questo caso di convezione forzata e per una determinata geometria, si ricava:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (12.23)$$

Sono cioè importanti le forze di inerzia e le forze viscosse, mentre si trascurano quelle di galleggiamento (dunque non compare il numero di Grashof). In definitiva, per una data geometria, il numero di Nusselt ( $Nu$ ) deve essere funzione di  $Re$  e  $Pr$  e, nota tale funzione,

dall'indagine sperimentale, anche per diversi fluidi con diversi valori di  $w$  ed  $L$ , è possibile determinare dal valore di Nusselt quello di  $h$  e quindi il flusso termico scambiato per convezione localmente. Ovviamente il tipo di funzione per lo stesso sistema sarà diverso a seconda che ci si trovi in condizioni di moto laminare o moto turbolento; condizioni individuabili attraverso il valore del numero di Reynolds.

### 12.5.2 Convezione naturale

Nella convezione naturale, il moto del fluido è dovuto alla presenza di forze di galleggiamento, cioè alla contemporanea presenza di un campo di forze di volume (es. gravitazionali) e al gradiente di densità del fluido.

Le forze di inerzia e quelle viscoso restano importanti, ma un ruolo più importante è giocato dalle forze di galleggiamento.

Anche per la convezione naturale, può essere determinato il numero di Nusselt,  $Nu$ , in funzione di altri parametri adimensionali, che, in questo caso, sono  $Gr$  e  $Pr$ .

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad (12.24)$$

Poiché il **numero di Rayleigh** ( $Ra$ ) è pari a:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_w - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad (12.25)$$

è possibile scrivere anche:

$$Nu = f(Ra) \quad (12.26)$$

Anche per la convezione naturale il tipo di funzione per lo stesso sistema sarà diverso a seconda che ci si trovi in condizioni di moto laminare o moto turbolento; condizioni individuabili in questo caso attraverso il valore del numero di *Rayleigh*. Per pareti verticali piane e cilindriche, il passaggio a regime turbolento avviene per valori di  $Ra$  pari a  $10^9$ .

Si noti inoltre che il rapporto  $Gr/Re^2$  indica l'importanza che assumono le forze di galleggiamento rispetto a quelle di inerzia (effetto convezione forzata):

$$\frac{g \cdot \beta \cdot (T_w - T_\infty) \cdot L}{\omega^2} = \frac{Gr}{Re^2} \quad (12.27)$$

se  $Gr \ll Re^2$  gli effetti della convezione naturale possono essere trascurati. Invece se  $Gr \gg Re^2$  gli effetti della convezione forzata sono trascurabili rispetto all'importanza delle forze di galleggiamento, se infine  $Gr$  e  $Re^2$  sono dello stesso ordine di grandezza si è in un regime di convezione mista.

Si riportano a titolo di esempio le relazioni tra numeri puri utilizzate per il calcolo di  $h$  in alcune situazioni pratiche. Si tratta di scambi per convezione naturale su superfici edilizie interne (relazioni di *Mc Adams*) relative a superfici piane isoterme con  $3 \cdot 10^{10} \geq Gr \geq 10^3$ :

- Superfici verticali, regime turbolento  $h_c = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/3} \cdot \lambda / L$

- Superfici di pavimenti, regime laminare  $h_c = 0,27 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4} \cdot \lambda / L$
- Superfici di soffitti, regime laminare  $h_c = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4} \cdot \lambda / L$

Dove L, dimensione caratterizzante la geometria della configurazione in cui avviene lo scambio convettivo, è la media delle lunghezze dei lati della superficie in questione, e  $\lambda$  è la conduttività dell'aria.

Alla temperatura di 18 °C si ha:

$$Gr = 1,7 \cdot 10^8 \cdot \Delta t \cdot L^3$$

$$Pr = 0,71$$

$$\lambda = 0,025 \text{ [W/(m} \cdot \text{K)]}$$

pertanto, ipotizzando ad esempio: un  $\Delta t$  di 10 K tra aria interna e pareti, ed  $L=3$  i valori dei coefficienti scambio convettivo saranno:

- Superfici verticali, regime turbolento  $h_c = 1,6 \cdot \Delta t^{1/3} = 3,42 \text{ [W/(m}^2 \cdot \text{K)]}$
- Superfici di pavimenti, regime laminare  $h_c = 0,7 \cdot (\Delta t / L)^{1/4} = 0,94 \text{ [W/(m}^2 \cdot \text{K)]}$
- Superfici di soffitti, regime laminare  $h_c = 1,4 \cdot (\Delta t / L)^{1/4} = 1,89 \text{ [W/(m}^2 \cdot \text{K)]}$

A titolo di raffronto su una superficie esterna il valore di  $h_c$  può essere di 18,5 [W/(m<sup>2</sup> · K)], valore ottenuto sottraendo al valore del coefficiente di adduzione (vedi successivo capitolo sulla trasmissione globale del calore) suggerito dalla norma UNI la parte dovuta alla radiazione (assunta pari a circa 4,8 [W/(m<sup>2</sup> · K)]).

## Bibliografia

A. Bejan. *Heat Transfer*. John Wiley & Sons, Inc. 1993

F.P. Incropera, D.P. De Witt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Third Edition, John Wiley & Sons, Inc. 1990

H. Schlichting. *Boundary Layer theory*. 4th Edition- Mc Graw Hill, New York, 1960

R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot. *Transport Phenomena*. Wiley, New York, 1966

Bonacina, A. Cavallini, L. Mattarolo. *Trasmissione del calore*. CLEUP. Padova.