

10. L'ARIA UMIDA

10.1 Premessa

Come è già stato ampiamente trattato nel sesto capitolo, il comportamento di un sistema gassoso che può essere considerato gas ideale viene descritto dall'equazione di stato:

$$p \cdot v = \frac{R^*}{M} \cdot T \quad (10.1)$$

in cui $R^* = 8314,3 \text{ J/(kmol}\cdot\text{K)}$ è la costante universale dei gas ed M la massa molare della specie chimica considerata. Un tale comportamento può essere assunto valido, con approssimazione accettabile per i calcoli tecnici, per un gas reale che si trovi in uno stato sufficientemente disperso (bassa densità, cioè bassa pressione e/o elevata temperatura).

Se si considera una miscela omogenea di N specie gassose che non reagiscono chimicamente tra loro e si mantengono in un rapporto fisso di massa, il fluido termodinamico che esse costituiscono è soggetto alla Regola delle Fasi di Gibbs (Varianza = Componenti – fasi + 2). Essendo N il numero di componenti e 1 il numero delle fasi (solo quella gassosa) lo stato del sistema è determinato quando si conoscono $N+1$ coordinate termodinamiche intensive indipendenti, tra le quali devono essere considerate anche quelle che ne descrivono la composizione.

Se la miscela si trova in stati termodinamici tali che il volume effettivamente occupato dalle molecole (**covolume**) sia trascurabile rispetto al volume totale a disposizione, che la distanza media tra le molecole sia tale da rendere irrilevante le possibilità di urto tra particelle e trascurabili le forze di attrazione reciproca, allora l'energia interna è legata alla sola energia cinetica media statistica delle molecole. In tale situazione la miscela gassosa si comporterà come gas ideale e vale la:

legge di **Dalton - Gibbs** secondo la quale:

- la *pressione totale* p della miscela è pari alla somma delle **pressioni parziali** p_i che ciascun componente eserciterebbe se, da solo, occupasse l'intero volume V occupato dalla miscela alla stessa temperatura T ;
- l'*energia interna totale* U è la somma delle N **energie interne** U_i di ciascun componente, considerato come se occupasse da solo il volume totale V alla temperatura T della miscela.

Ovvero:

$$p = \sum_{i=1}^N p_i \quad (10.2)$$

$$U = \sum_{i=1}^N U_i \quad (10.3)$$

Per la miscela così ipotizzata ciascun gas, se considerato nell'intero volume V alla temperatura T , si comporta come gas ideale. Si parla allora di **miscela ideale di gas ideali** per la quale varrà come equazione di stato la relazione (10.1) considerata nella forma:

$$p \cdot V = n \cdot R^* \cdot T \quad (10.4)$$

in cui n rappresenta il numero di moli totali componenti la miscela.

In una miscela di questo tipo indicato con n_i il numero di moli del componente i -esimo definiamo **frazione molare del componente i -esimo** il rapporto:

$$x_i = \frac{n_i}{n} \quad (10.5a)$$

Risulta ovviamente:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

ed anche:

$$x_i = \frac{p_i}{p} \quad (10.5b)$$

Quest'ultima relazione è facilmente dimostrabile in quanto:

$$n_i = \frac{p_i \cdot V}{R^* \cdot T} \quad \rightarrow \quad \frac{n_i}{n} = \frac{p_i \cdot V}{R^* \cdot T} \cdot \frac{R^* \cdot T}{p \cdot V} = \frac{p_i}{p}$$

La massa totale della miscela è calcolata come:

$$m = \sum_{i=1}^N m_i = \sum_{i=1}^N n_i M_i \quad (10.6)$$

in cui: M_i = massa molecolare del componente i -esimo [kg/ kmole];
 m_i = massa del componente i -esimo [kg]

La **massa molare equivalente** o media, **M_m , della miscela** risulta pari al rapporto tra la massa m della miscela ed il numero di moli totali n componenti la stessa:

$$M_m = \frac{m}{n} = \sum_{i=1}^N x_i \cdot M_i \quad (10.7)$$

Si parla di massa molare equivalente perché ovviamente non esiste una molecola della miscela. La relazione (10.4) può essere resa come:

$$p \cdot V = n \cdot R^* \cdot T = m \cdot \frac{R^*}{M_m} \cdot T = m \cdot R_m \cdot T \quad (10.8)$$

cioè:

$$p \cdot v = R_m \cdot T$$

dove R_m sarebbe la **costante particolare del gas per quella miscela**, definita in modo analogo alla costante particolare del gas per il componente puro: $R_m = R^* / M_m$.

Risulta anche:

$$R_m = \frac{R^*}{m} \cdot n = \frac{R^*}{m} \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{M_i} = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{m} \cdot \frac{R^*}{M_i} = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{m} \cdot R_i$$

Essendo R_i la costante particolare del componente i -esimo ed m_i / m la sua **frazione di massa** nella miscela.

Sempre con riferimento ad una miscela ideale di gas ideali si consideri per ogni gas componente il volume V_i che esso occuperebbe se fosse da solo alla pressione totale p , ed alla temperatura T della miscela (**volume parziale** del componente i -esimo della miscela).

Dalla (10.4) risulta:

$$V = n \cdot R^* \cdot T / p \quad ; \quad V_i = n_i \cdot R^* \cdot T / p$$

quindi: $V = \sum_{i=1}^N V_i$ e (dividendo la seconda delle eq. soprastanti per la prima) : $V_i = x_i \cdot V$

quanto sopra costituisce la:

legge di Amagat - Leduc o dei volumi additivi: il volume totale di una miscela ideale di gas ideali è la somma dei volumi parziali V_i che ciascun componente occuperebbe se si trovasse da solo alla pressione totale p ed alla temperatura T della miscela.

La composizione di una miscela di gas può essere espressa specificando le frazioni volumetriche (V_i/V) di ciascun componente, ma per una miscela ideale di gas ideali le frazioni volumetriche coincidono con le frazioni molari. In tal caso risulta pertanto che:

$$x_i = V_i / V \quad (10.9)$$

Note le masse molecolari di ciascun gas, dall'analisi in termini di frazioni volumetriche si può passare all'analisi massica (in termini di frazioni di massa m_i/m) nel seguente modo:

$$\frac{m_i}{m} = \frac{n_i \cdot M_i}{\sum_{i=1}^N (n_i \cdot M_i)} = \frac{n_i \cdot M_i / n}{\sum_{i=1}^N (n_i \cdot M_i) / n} = \frac{x_i \cdot M_i}{\sum_{i=1}^N (x_i \cdot M_i)} = \frac{(V_i / V) \cdot M_i}{\sum_{i=1}^N (V_i / V) \cdot M_i}$$

Riguardo le grandezze energetiche si può scrivere:

$$S = \sum_{i=1}^N S_i = \sum_{i=1}^N (m_i \cdot s_i) \quad ; \quad s = \frac{S}{m} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m} \cdot s_i \right)$$

ed anche:

$$H = U + p \cdot V = \sum_{i=1}^N U_i + V \sum_{i=1}^N p_i = \sum_{i=1}^N (U_i + p_i \cdot V)$$

$$H = \sum_{i=1}^N H_i = \sum_{i=1}^N (m_i \cdot h_i) \quad ; \quad h = \frac{H}{m} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m} \cdot h_i \right)$$

Riguardo il calcolo dei calori specifici, facendo ricorso alla loro definizione:

$$c_v = \left(\frac{\delta u}{\delta T} \right)_{v,ni} \quad ; \quad c_p = \left(\frac{\delta h}{\delta T} \right)_{p,ni}$$

si ricava:

$$c_v = \frac{\delta \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m} \cdot u_i \right) \right]_{v,ni}}{\delta T} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m} \cdot c_{vi} \right)$$

$$c_p = \frac{\delta \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m} \cdot h_i \right) \right]_{p,ni}}{\delta T} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m} \cdot c_{pi} \right)$$

Tutti i valori molari delle grandezze relative alla miscela sono legati ai corrispondenti valori molari parziali delle specie gassose componenti:

energia interna molare: $u_m = \sum_{i=1}^N (x_i \cdot u_i)$

entalpia molare: $h_m = \sum_{i=1}^N (x_i \cdot h_i)$

entropia molare: $s_m = \sum_{i=1}^N (x_i \cdot s_i)$

calore specifico molare a p costante: $c_{pm} = \sum_{i=1}^N (x_i \cdot c_{pi})$

calore specifico molare a v costante: $c_{vm} = \sum_{i=1}^N (x_i \cdot c_{vi})$

per miscele gassose che seguono la legge di Dalton - Gibbs è così possibile ricavare i valori delle grandezze termodinamiche dai corrispondenti valori parziali relativi ai singoli gas-componenti, nota che sia la composizione della miscela in termini di massa (m_i / m) o di frazioni molari (x_i).

Per le miscele di gas valgono tutte le relazioni già ricavate per i gas ideali. Una trasformazione isoentropica (adiabatica) per una miscela ideale di gas ideali è ancora rappresentata dalla:

$$p v^k = \text{cost}$$

dove k deve però essere calcolato come segue:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\sum_{i=1}^N (m_i \cdot c_{pi})}{\sum_{i=1}^N (m_i \cdot c_{vi})}$$

Una miscela gassosa multicomponente, per la quale si possa assumere il comportamento da gas ideale, può contenere una specie molecolare che, nel corso di una determinata trasformazione, si separa dallo stato di aggregazione gassoso condensando. Si parla in tal caso di **miscela di gas e di vapore condensabile**.

Quando la solubilità della specie considerata della fase aeriforme nella fase condensata è modesta, si stabilisce un equilibrio di fase indipendentemente dalla presenza di altri gas.

Il componente considerato non si separa in fase liquida fintanto che la sua pressione parziale di vapore p_i si mantiene minore della pressione di saturazione $p_s(T)$ che il componente considerato ha alla temperatura della miscela.

La massima quantità di vapore del componente condensabile che può essere contenuta in fase aeriforme nella miscela gassosa è quella che si raggiunge quando il componente possiede pressione parziale pari alla **pressione di saturazione** alla temperatura T della miscela. Oltre tale pressione si ha separazione sotto forma di fase liquida della quantità eccedente di quel componente. Questo per temperature comprese tra la temperatura del punto triplo e la temperatura critica. Si ha invece separazione in forma di fase solida se la temperatura è inferiore a quella del punto triplo.

In presenza di fase condensata ed in condizioni di equilibrio la miscela si dice **saturo** nel componente vapore.

Il componente condensabile si può considerare nello stato di vapore surriscaldato quando nella fase aeriforme la sua pressione parziale è inferiore alla pressione di saturazione corrispondente alla temperatura della miscela, e nello stato di vapore saturo secco se si è in presenza di fase condensata separata. In quest'ultimo caso si può considerare che il componente condensabile sia in equilibrio di fase, anche se in realtà la sua fase condensata è sottoraffreddata (o «in pressione»), in quanto sottoposta alla pressione totale della miscela che è maggiore della sua pressione di saturazione a quella data temperatura.

10.2 Psicrometria

Con le considerazioni fatte nel paragrafo precedente si può analizzare una miscela di gas e vapori molto interessante dal punto di vista applicativo nel campo della fisica tecnica e della climatizzazione: l'aria che costituisce la troposfera ed in cui viviamo. Questa è infatti una miscela di vapore acqueo, in quantità variabile, e di una serie di gas, incondensabili nelle condizioni ambientali standard, le cui proporzioni reciproche sono costanti; la Tabella 10.1 presenta i principali costituenti e le loro concentrazioni volumetriche.

Per comodità si sceglie di considerare tutti i componenti dell'aria, eccetto il vapore, come un unico pseudo-componente gassoso indistinto a cui si suole dare il nome di **aria secca** e di pensare l'aria, detta di solito **aria umida**, come **una miscela di aria secca e vapore d'acqua**. La psicrometria studia le proprietà dell'aria umida o più in generale le proprietà di un sistema gas-vapore.

Tabella 10.1. Composizione dell'aria atmosferica secca

[Fonte: Harrison - *Humidity and Moisture*]

Costituente	Concentrazione volumetrica (%)	Massa molare [kg/ kmol]
Azoto (N ₂)	78,084	28,0134
Ossigeno (O ₂)	20,9476	31,9988
Argon (Ar)	0,934	39,948
Anidride Carbonica (CO ₂)	0,0314	44,00995
Neon (Ne)	0,001818	20,183
Elio (He)	0,000524	4,0026
Krypton (Kr)	0,000114	83,80
Xenon (Xe)	0,0000087	131,30
Idrogeno (H ₂)	0,00005	2,01594
Monossido di azoto (N ₂ O)	0,00005	44,0128
Ozono (O ₃)	Estate: 0 ÷ 0,000007 Inverno: 0 ÷ 0,00002	47,9982
Metano (CH ₄)	0,00015	16,04303
Biossido di Zolfo (SO ₂)	0 ÷ 0,0001	64,0628
Biossido di Azoto (NO ₂)	0 ÷ 0,000002	46,0055
Ammoniaca (NH ₃)	da 0 a tracce	17,03061
Monossido di Carbonio (CO)	da 0 a tracce	28,01055
Iodio (I ₂)	0 ÷ 0,000001	253,8088

Ricordando che per una miscela ideale di gas ideali la frazione molare è equivalente alla frazione volumetrica [relazione (10.9)], e, utilizzando i valori di tabella 10.1, l'aria secca atmosferica ha massa molare equivalente (10.7), pari a:

$$M_a = \sum (x_i \cdot M_i) = 28,97 \text{ [kg / kmole]}$$

Essa viene trattata come un gas ideale la cui costante caratteristica è:

$$R_a = R^* / M_a = 8314 / 28.97 = 287 \text{ [J / (kg \cdot K)]}$$

Si ricorda che la massa molare del vapore è invece $M_v = 18,01534 \text{ kg / kmol}$ e che pertanto la sua costante caratteristica è $R_v = 461.5 \text{ [J / (kg \cdot K)]}$.

Per caratterizzare lo stato termodinamico dell'aria umida, alla luce di quanto sopra esposto, occorre tuttavia considerare oltre a quelle già note, nuove grandezze di stato, necessarie in particolare a definire nella miscela i rapporti quantitativi reciproci aria secca-vapore d'acqua, e delle quali viene fornita nel seguito la definizione.

L'**igrometria** è la parte della fisica applicata che si occupa della misura della quantità di vapore acqueo contenuto negli aeriformi, questa costituisce l'umidità o lo *stato igrometrico* dell'aeriforme che la contiene.

10.2.1 Umidità specifica x

Caratterizza il tenore in vapore d'acqua dell'aria umida. Viene definita come il rapporto tra la massa di vapor d'acqua e la massa di aria secca contenute nello stesso volume di aria umida:

$$x = \frac{m_v}{m_a} \quad (10.10)$$

m_v = massa di vapore contenuta in un certo volume di aria umida [kg]

m_a = massa di aria secca contenuta nello stesso volume di aria umida [kg_a]

Poiché fintanto che la pressione parziale del componente condensabile (il vapore acqueo) rimane inferiore al valore della pressione di saturazione, non si ha condensazione, esso è considerato a tutti gli effetti un gas ideale.

Data la validità della Legge di Dalton-Gibbs, e ricavando le densità di aria e vapore dalle rispettive eq. di stato come segue:

$$p_v \cdot V = m_v \cdot R_v \cdot T \rightarrow \frac{m_v}{V} = \frac{p_v}{R \cdot T} = \rho_v$$

si ottiene la seguente espressione:

$$x = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{p_v}{R_v T} \cdot \frac{R_a T}{p_a} = \frac{p_v \cdot R_a}{p_a \cdot R_v} = \frac{R^*}{M_a} \cdot \frac{M_v}{R^*} \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p - p_v} \quad (10.11)$$

avendo considerato che:

$$M_v = 18,01534 \text{ kg / kmol}$$

$$M_a = 28,97 \text{ kg / kmol}$$

E con:

p_v = pressione parziale del vapore acqueo [Pa];

p_a = pressione parziale dell'aria secca [Pa];

p = pressione totale della miscela [Pa] = $p_a + p_v$

10.2.2 Umidità relativa φ

L'umidità relativa φ è il rapporto, tra la massa di vapore acqueo m_v contenuto in un certo volume V di aria umida e la massima massa di vapore m_s contenibile nello stesso volume (ovvero in condizioni di saturazione) alla stessa temperatura T :

$$\varphi = \frac{m_v}{m_s} \Big|_T = \frac{\rho_v \cdot V / (R_v \cdot T)}{\rho_s \cdot V / (R_v \cdot T)} \Big|_T \quad (10.13)$$

Quindi nell'ipotesi di miscela ideale l'umidità relativa è anche il rapporto tra la pressione parziale del vapore p_v e la pressione del vapore saturo p_s valutate alla stessa temperatura:

$$\varphi = \frac{p_v}{p_s} \Big|_T \quad (10.12)$$

in genere tale rapporto viene espresso in percentuale, pertanto l'umidità relativa può variare tra un minimo di 0% (assenza di vapore acqueo) ad un massimo del 100% (aria satura). Le condizioni alla saturazione sono tali che un qualsiasi aumento in massa della quantità di vapore acqueo in fase aeriforme non è più possibile, ed il vapore si separa dalla miscela condensando. La pressione di vapor saturo è ricavabile da apposite tabelle, come quella di seguito riportata:

Tabella 10.II. Pressione di saturazione del vapor d'acqua in funzione della temperatura

°C	Pa	mm Hg	°C	Pa	mm Hg
-10	260	1,95	8	1073	8,05
-9	284	2,13	9	1148	8,61
-8	309	2,32	10	1228	9,21
-7	337	2,53	11	1312	9,84
-6	368	2,76	12	1416	10,62
-5	401	3,01	13	1497	11,23
-4	437	3,28	14	1599	11,99
-3	476	3,57	15	1705	12,79
-2	517	3,88	16	1817	13,63
-1	563	4,22	17	1937	14,53
0	611	4,58	18	2064	15,48
1	657	4,93	19	2197	16,48
2	705	5,29	20	2337	17,53
3	759	5,69	21	2486	18,65
4	813	6,1	22	2644	19,83
5	872	6,54	23	2809	21,07
6	935	7,01	24	2984	22,38
7	1001	7,51			

oppure dalla relazione:

$$\ln(p_s) = \frac{A \cdot t}{B + t} + C \quad (10.14)$$

dove i valori dei coefficienti A, B e C sono:

$$\begin{array}{llll} -40\text{ °C} < t < 0\text{ °C}: & A = 22,376; & B = 271,68; & C = 6,4146 \\ 0\text{ °C} < t < +40\text{ °C}: & A = 17,438; & B = 239,78; & C = 6,4147 \end{array}$$

con t [°C] e p_s [Pa].

Tale relazione è proposta dal CETIAT [*Tables de l'air humide* - CETIAT Villeurbanne, 1976].

La relazione (10.12), consente di mettere in relazione l'umidità specifica con l'umidità relativa:

$$x = 0,62198 \cdot \frac{\varphi \cdot p_s}{p - \varphi \cdot p_s} \quad (10.15)$$

10.2.3 Entalpia dell'aria umida

Prima di affrontare una sua qualsiasi trasformazione termodinamica occorre definire l'entalpia dell'aria umida. Nell'ipotesi di miscela ideale, l'entalpia può essere espressa come somma dell'entalpia parziale dell'aria secca e di quella del vapore acqueo. Pertanto l'entalpia totale di una miscela che comprende una massa m_a di aria secca ed una massa m_v di vapore sarà:

$$H = m_a \cdot h_a + m_v \cdot h_v$$

dove:

h_a = entalpia specifica dell'aria secca [J/kg_a],

h_v = entalpia specifica del vapore d'acqua [J/kg].

Poiché nei processi termodinamici sarà la portata di aria secca a rimanere inalterata (non potendo separarsi in un altro stato di aggregazione), mentre potrà variare il suo contenuto di vapore acqueo, risulta comodo esprimere l'entalpia specifica dell'aria umida non in riferimento all'unità di massa totale della miscela (al kg di aria più vapore), ma piuttosto all'unità di massa dell'aria secca. Dalla definizione di umidità specifica, tale **massa di riferimento** (il kg di aria secca) conterrà $1+x$ unità di massa della miscela. Dividendo l'eq. precedente per la massa di aria secca m_a , l'entalpia specifica risulta pertanto:

$$h = h_a + x \cdot h_v \quad (10.16)$$

dove:

h_a = entalpia specifica dell'aria secca [J/kg_a],

h_v = entalpia specifica del vapore d'acqua [J/kg].

Si assume come stato di riferimento convenzionale, con valore nullo per l'entalpia, $h_{a,0} = 0$ [J/kg_a], quello a temperatura $T_0 = 273,15$ [K], ovvero a zero gradi centigradi. Risulta quindi:

$$h_a = c_{pa} \cdot (T - T_0) = c_{pa} \cdot t \quad (10.17)$$

in cui si può assumere per il calore specifico dell'aria c_{pa} un valore in prima approssimazione costante pari a 1,006 [kJ/(kg_a·K)]. D'altra parte il calore specifico dell'aria secca può essere calcolato in funzione della temperatura, grazie all'espressione:

$$c_{pa} = 1,04694 - 3,189 \cdot 10^{-4} \cdot T + 0,7442 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 - 2,9730 \cdot T^3 \quad (10.18)$$

con T in [K] compreso tra 275 e 600 K; c_{pa} è espresso in kJ/(kg_a·K).

Il valore di h_v può essere ricavato dalle tabelle del vapor d'acqua in condizioni di vapore saturo secco. Nei calcoli si preferisce tuttavia, facendo riferimento per $h_v = 0$ allo stato di liquido saturo a $T = 273,15$ K (= 0°C), ricorrere all'espressione:

$$h_v = r_0 + c_{pv} \cdot (T - T_0) \quad (10.19)$$

con:

- r_0 = calore di vaporizzazione dell'acqua a 273,15 K pari a 2501 [kJ/kg];
- c_{pv} = calore specifico a pressione costante del vapor d'acqua surriscaldato, supposto in prima approssimazione costante e pari a 1,875 [kJ/(kg·K)].

L'entalpia specifica dell'aria umida può essere determinata con l'espressione:

$$h = c_{pa} (T - T_0) + x \cdot [r_0 + c_{pv} \cdot (T - T_0)] \quad (10.20)$$

inserendo i valori numerici, ed esprimendo la temperatura in gradi Celsius:

$$h = 1,006 \cdot t + x \cdot (2501 + 1,875 \cdot t) \quad [\text{kJ} / \text{kg}_a] \quad (10.20b)$$

Esempi numerici

1. Calcolare la variazione di entalpia di una miscela aria-vapore acqueo, che alla temperatura di 20 °C vede variare isotermicamente (mediante aggiunta di vapore) il suo titolo di 15 g/kg:

$$\Delta x = 0,015; \quad t = \text{cost.} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta h = 0,015 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 20) = 38,08 \quad [\text{kJ} / \text{kg}_a]$$

2. Calcolare la variazione di entalpia di una miscela aria-vapore acqueo, il cui titolo è pari a 15 g di vapore per kg di aria secca, che subisce un riscaldamento isotitolo passando da 10 a 20 °C. La variazione di entalpia riguarda i termini che rappresentano la sola parte sensibile di questa:

$$\Delta t = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta h = c_{pa} \cdot \Delta t + x \cdot c_{pv} \cdot \Delta t$$

$$\Delta h = 1,006 \cdot 10 + 0.015 \cdot 1,875 \cdot 10 \quad [\text{kJ} / \text{kg}_a]$$

$$\Delta h = 10,06 + 0.015 \cdot 18,75 = 10.34 \quad [\text{kJ} / \text{kg}_a]$$

3. Una miscela aria-vapore acqueo, la cui temperatura è di 20 °C ed il cui titolo è pari a 15 g di vapore per kg di aria secca, subisce un riscaldamento isotitolo che ne aumenta l'entalpia di 30 kJ/kg_a (assorbe tale quantità di energia termica). Calcolarne la temperatura finale. L'entalpia iniziale è:

$$h_1 = 1,006 \cdot 20 + 0.015 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 20) = 20,012 + 38,07 = 58 \text{ [kJ/kg}_a]$$

quella finale sarà:

$$h_2 = h_1 + 30 = 58 + 30 = 88 = 1,006 \cdot t + 0,015 \cdot (2501 + 1,875 \cdot t) \text{ [kJ/kg}_a]$$

da essa ricaviamo la temperatura finale:

$$1,006 \cdot t + 0,015 \cdot 1,875 \cdot t = 88 - 0,015 \cdot 2501 \quad \rightarrow \quad t = 50,49 / 1,034 = 48,82$$

10.2.4 Densità dell'aria umida

La massa di aria umida contenuta nell'unità di volume è definita da:

$$\rho_{au} = \frac{m_a + m_v}{V}$$

Essendo entrambi i componenti dei gas a comportamento ideale:

$$p_a V = m_a R \frac{T}{M_a} \quad p_v V = m_v R \frac{T}{M_v}$$

e quindi:

$$m_a = p_a V \frac{M_a}{RT} \quad m_v = p_v V \frac{M_v}{RT}$$

In definitiva essendo $M_v / M_a = 0,622$:

$$\rho_{au} = \frac{p_a M_a + p_v M_v}{R^* T} = \frac{M_a}{R^* T} (p_a + 0,622 p_v)$$

Per l'aria secca (gas ideale in condizioni di riferimento T_0, p_0, ρ_0):

$$\rho_0 = \frac{M_a \rho_0}{R^* T_0}$$

e dal rapporto tra le due relazioni si ottiene:

$$\rho_{au} = \rho_0 \frac{T_0}{T} \frac{p - (1-0,622)p_v}{p_0} = \rho_0 \frac{T_0}{T} \frac{p - 0,378 p_v}{p_0}$$

Ricavando p_v in funzione dell'umidità specifica x :

$$x = 0,622 \frac{p_v}{p - p_v} \quad p_v = 0,622 \frac{x \cdot p}{x + 0,622}$$

si ottiene infine:

$$\rho_{au} = \rho_0 \frac{T_0}{T} \frac{p}{p_0} \frac{0,622(1+x)}{(0,622+x)} \quad v_{au} = \frac{1}{\rho_{au}} = \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p} \frac{(0,622+x)}{0,622(1+x)}$$

fissati T e p , il volume specifico dell'aria umida aumenta al crescere dell'umidità specifica x dell'aria. Si noti che, se $T = T_0$ e $p = p_0$, la densità dell'aria umida è minore della densità dell'aria secca ρ_0 .

10.2.5 Temperatura di rugiada (dew point)

Per una massa di aria umida in un determinato stato termodinamico, si definisce temperatura di rugiada t_r la temperatura alla quale occorre raffreddare tale massa di aria umida per ottenere la condizione di saturazione, mantenendo costante il valore dell'umidità specifica e la sua pressione totale p . A questa temperatura t_r , la pressione parziale del vapore eguaglierà la pressione di saturazione dello stesso alla temperatura t_r :

$$p_v = p_s(t_r)$$

10.2.6 Temperatura di saturazione adiabatica

Si tratta di quel particolare valore di temperatura alla quale l'acqua, evaporando nell'aria in modo adiabatico, porta l'aria nelle condizioni di saturazione relative a quella data temperatura. Tale valore di temperatura è univocamente determinato dallo stato termodinamico iniziale dell'aria. L'apparecchiatura coinvolta nella definizione della temperatura di saturazione adiabatica è illustrata in figura 10.1.

Una portata di aria umida, espressa per comodità come corrispondente portata di aria secca m_a , viene portata in condizioni di saturazione mediante l'iniezione, attraverso appositi ugelli, della portata d'acqua m_l (di entità necessaria e sufficiente allo scopo). Il processo a regime permanente è adiabatico.

L'apparecchiatura è chiamata **saturore adiabatico**. Per l'acqua di alimentazione è imposto lo stesso valore di temperatura dell'aria umida che esce dall'apparecchio, tale valore è la temperatura di saturazione adiabatica dell'aria nello stato di ingresso 1: t_1^* .

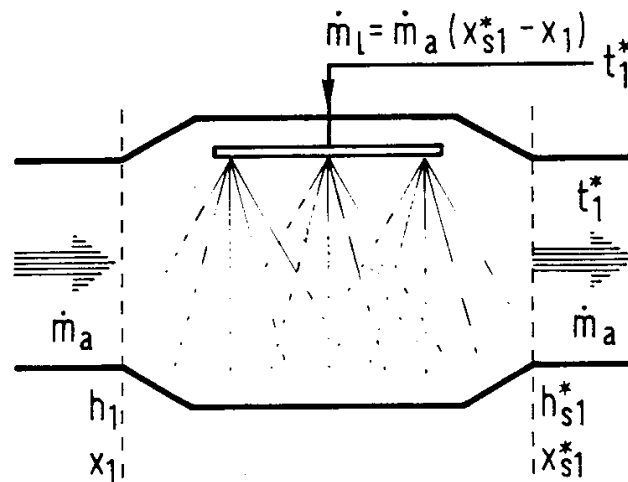


Figura 10.1. Processo di saturazione adiabatica (fonte [1]).

Per questo processo con deflusso, adiabatico e senza scambio di lavoro, a regime permanente in base al primo principio si ha:

$$\dot{m}_a \cdot h_{1i} + \dot{m}_l \cdot h_l = \dot{m}_a \cdot h_{s1}^*$$

dove h_l è l'entalpia specifica del liquido nelle condizioni di ingresso; tenendo conto delle convenzioni poste riguardo gli stati di riferimento ad entalpia nulla, si può porre:

$$h_l = c_l \cdot t_l = c_l \cdot t_1^*$$

dove c_l è il calore specifico del liquido saturo, e le temperature sono in gradi Celsius.

Il bilancio di massa del componente acqua porge inoltre:

$$\dot{m}_l = \dot{m}_a \cdot (x_{s1}^* - x_{1i})$$

quindi la precedente espressione del primo principio può essere scritta in riferimento all'unità di portata massica:

$$h_{1i} + (x_{s1}^* - x_{1i}) \cdot c_l \cdot t_1^* = h_{s1}^*$$

Data l'entità dei termini che compaiono in quest'ultima relazione, non si commette un grosso errore, nella maggior parte dei casi tecnici, nel considerare la temperatura di saturazione adiabatica coincidente con la temperatura dell'aria satura allo stesso valore di entalpia specifica dell'aria umida nelle condizioni iniziali (trascurando cioè l'entalpia dell'acqua liquida che viene aggiunta). In tal caso:

$$h_{1i} = h_{s1}^*$$

ed il processo di saturazione adiabatico è considerato approssimativamente isoentalpico.

Si osservi come, per un prefissato valore di pressione totale p , sia possibile associare ad ogni valore di temperatura t^* i corrispondenti valori di umidità specifica x_s^* ed entalpia specifica h_s^* a saturazione, utilizzando la (10.11) e la (10.20b).

Dalla penultima relazione sopra riportata è ricavabile la seguente relazione più generale che individua, su un diagramma psicrometrico che verrà nel seguito illustrato, il luogo degli stati (x, h) aventi t^* come temperatura di saturazione adiabatica.

$$\frac{h_s^* - h}{x_s^* - x} = c_l \cdot t^*$$

Su un diagramma psicrometrico in coordinate x, h questa equazione rappresenta la pendenza delle isoterme a bulbo bagnato, che quasi coincidono con le isoentalpiche (per le quali il termine al secondo membro di quest'ultima equazione sarebbe nullo).

10.2.7 Temperatura a bulbo umido (o bagnato)

E' la temperatura cui si porta una massa d'acqua in condizioni di equilibrio di scambio termico convettivo e di massa con aria in moto fortemente turbolento.

Quando l'aria in condizioni di temperatura ed umidità qualsivoglia, ma non satura, lambisce a velocità sostenuta (oltre 3 m/s) un termometro, opportunamente schermato da ogni effetto radiante, il cui bulbo (elemento sensibile) è mantenuto bagnato da una garza umida (vedi Figura 10.1), si assiste alla vaporizzazione dell'acqua della garza nell'aria.

All'equilibrio il flusso termico richiesto dall'acqua per il cambiamento di fase è fornito dallo scambio termico convettivo tra aria ed acqua che bagna il bulbo, questo flusso causa il raffreddamento dell'aria che lambisce la garza nonché del bulbo stesso.

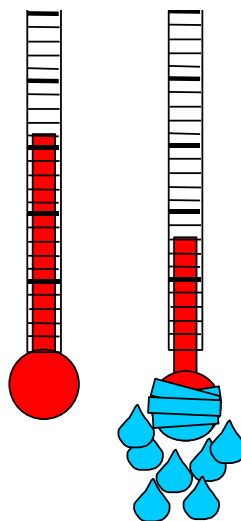


Figura 10.1. Termometro a bulbo umido

Questo «abbassamento psicrometrico» della temperatura del bulbo bagnato è condizionato dall'entità degli scambi di calore e di massa, dunque dipende dal moto dell'aria nell'intorno del bulbo.

All'uscita dalla garza l'aria si presenta satura ed a una temperatura inferiore, che è la temperatura di equilibrio del bulbo bagnato. Nelle usuali condizioni ambientali si può ritenere, con buona approssimazione, che tale temperatura, detta a bulbo bagnato T_{bb} , coincida con la temperatura dell'aria satura a eguale valore di entalpia dell'aria umida in considerazione.

Con errore generalmente accettabile si possono quindi considerare **coincidenti** con la **temperatura di saturazione isoentalpica** sia la **temperatura di saturazione adiabatica** che la **temperatura a bulbo umido**.

L'importanza della temperatura a bulbo umido è dovuta al fatto che, dopo la temperatura a bulbo secco e la pressione, essa costituisce il terzo parametro di agevole determinazione necessario ad individuare lo stato termodinamico dell'aria umida (varianza = $C - F + 2 = 2 - 1 + 2 = 3$ grandezze indipendenti di cui conoscere il valore per individuare lo stato del sistema).

10.4 Diagrammi Psicometrici

Attraverso le grandezze termodinamiche e le relazioni definite e ricavate nel paragrafo precedente è possibile individuare un qualsiasi stato termodinamico dell'aria umida e valutare le variazioni delle diverse grandezze in conseguenza delle diverse trasformazioni.

Risulta però utile poter rappresentare i diversi stati dell'aria umida in un diagramma di stato tracciato proprio sulla base delle suddette relazioni. Un diagramma di questo tipo viene chiamato diagramma psicrometrico e ne esistono diverse versioni, ricavate in ambiti tecnici differenti, ma che per le nostre applicazioni sono del tutto equivalenti.

Poiché i normali processi tecnici che interessano il condizionamento dell'aria o l'essiccamento hanno luogo a pressione costante, i diagrammi di stato dell'aria umida sono riferiti ad una pressione totale costante, comunemente quella di $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$.

In questi diagrammi vengono scelte due grandezze termodinamiche da rappresentare lungo gli assi coordinati (t e x , h e x) e vengono tracciate le linee iso-valore per le altre grandezze termodinamiche (umidità relativa, volume specifico, etc.).

In particolare considereremo due diversi diagrammi di stato dell'aria umida: quello di *Mollier*, più utilizzato in Europa (Figura 10.2), ed il diagramma «*Carrier*» più utilizzato negli USA (Figura 10.3). La lettura dei punti di equilibrio nei due diagrammi è identica.

Nel diagramma di *Mollier* gli assi sono obliqui, su quello verticale è riportata l'entalpia (h), mentre su quello obliquo sub-orizzontale è riportata l'umidità specifica (x), come linee parametriche sono riportate le linee iso-umidità relativa (quella corrispondente a $\varphi = 1$ è detta «curva di saturazione»), le isoterme a bulbo secco, le iso-volume specifico.

Per individuare l'andamento delle isoterme a bulbo secco nel diagramma, si consideri l'espressione dell'entalpia specifica dell'aria umida (10.20):

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (r_0 + c_{pv} \cdot t)$$

è evidente come, a t costante, h e x siano correlate linearmente, pertanto nel diagramma le

isoterme avranno andamento rettilineo, ma non saranno parallele tra loro, in quanto il loro coefficiente angolare (così come la loro ordinata all'origine) dipende da t . L'isoterma corrispondente a $t = 0$ passa per l'origine degli assi ed ha equazione: $h = x \cdot r_0$. Graficamente l'inclinazione dell'asse sub-orizzontale coordinato x viene scelta in modo che quest'ultima isoterma sia orizzontale e normale all'asse coordinato dell'entalpia (che è verticale).

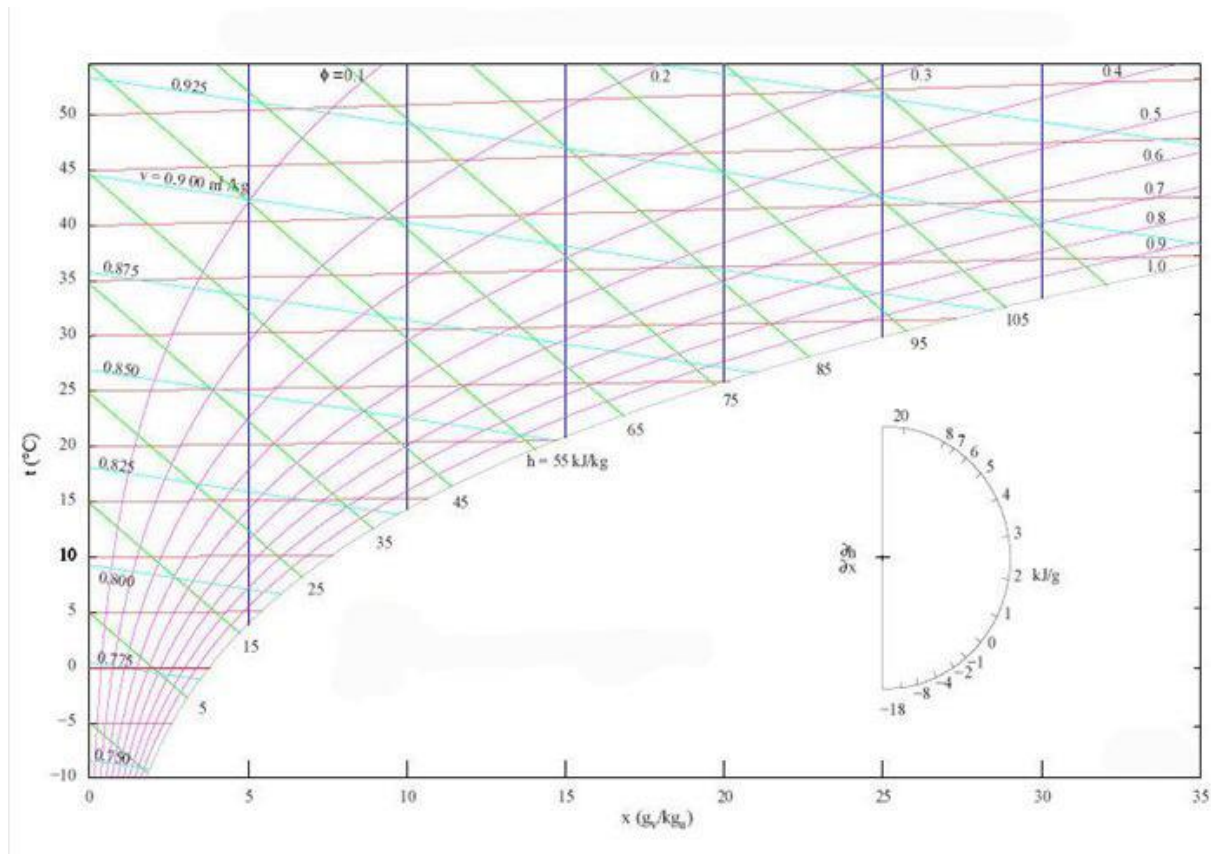


Figura 10.2. Diagramma di Mollier dell'aria umida

Per quanto nel diagramma possano apparire, per motivi di scala, parallele tra loro, le linee isoterme individuate dai vari valori della t costituiscono un fascio di rette che converge in un punto, di coordinate:

$$x' = -C_{pa} / C_{pv} \quad ; \quad h' = -r_0 \cdot C_{pa} / C_{pv}$$

Essendo negativo il parametro x , questo punto non rappresenta uno stato dell'aria umida. Tracciate le isoterme è facile individuare su di esse lo stato di saturazione, determinando il valore di x_s mediante la (10.15), essendo la p_s dell'acqua funzione univoca della temperatura. Analogamente si possono tracciare per punti sulle isoterme le curve corrispondenti agli altri valori dell'umidità relativa. Per comodità di lettura sul diagramma i valori delle temperature sono segnati in corrispondenza delle intersezioni delle isoterme con l'asse delle ordinate, mentre i valori delle entalpie sono segnati su un'altra scala (al bordo del diagramma o sulla curva di saturazione).

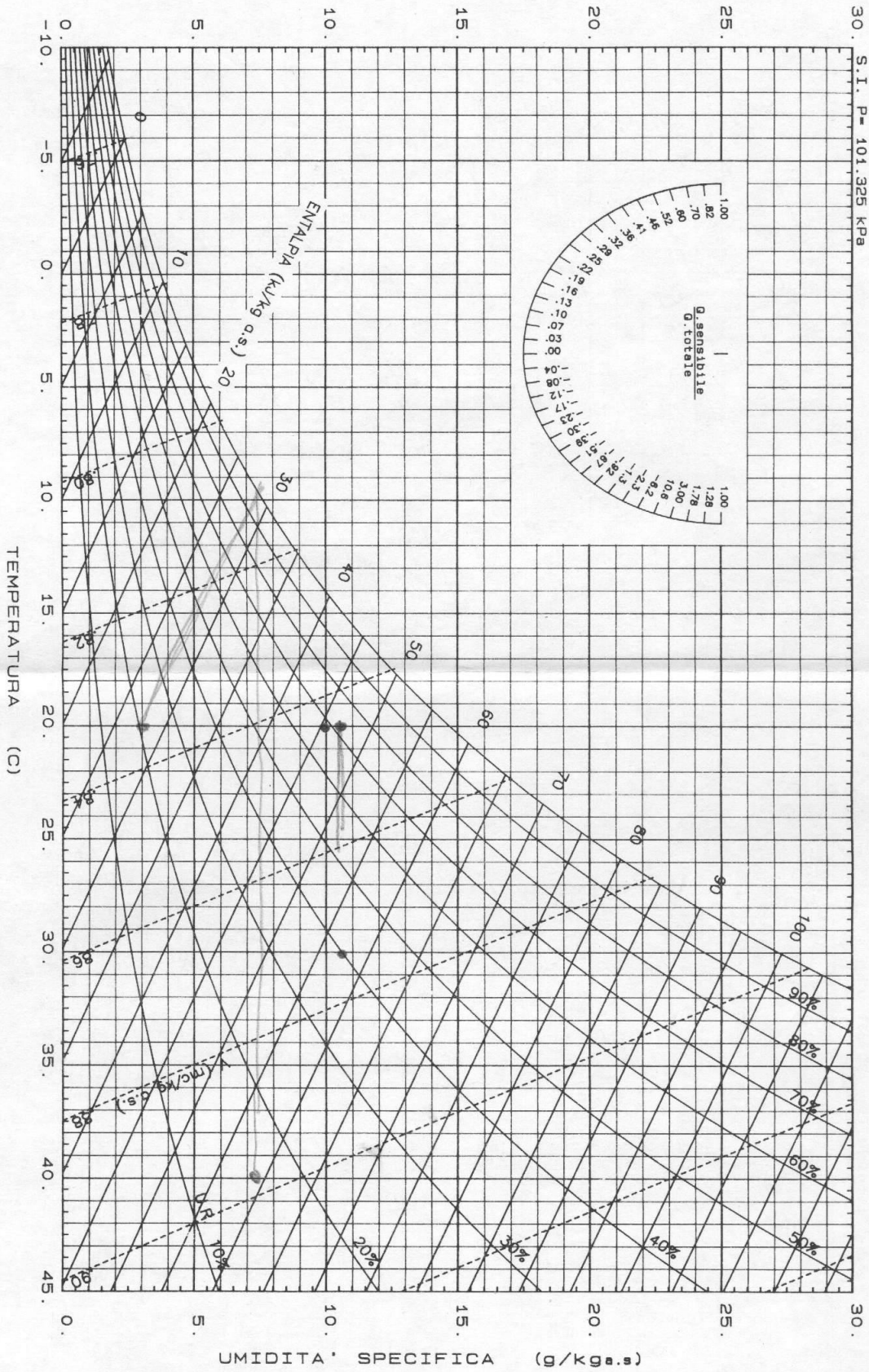


Figura 10.3. Diagramma Carrier dell'aria umida

L'altro diagramma, riportato in figura (10.3), è l'immagine speculare del precedente rispetto ad un asse orizzontale e ruotato di 90° in senso antiorario. Sul suo asse orizzontale sono riportate le temperature a bulbo secco, e sull'asse verticale i valori dell'umidità specifica.

10.5 Le Trasformazioni dell'aria umida

10.5.1 Miscelamento adiabatico. Con riferimento alla Figura 10.4, la miscelazione di due differenti portate di aria umida richiede che siano soddisfatti i bilanci di energia e di massa espressi dalle relazioni seguenti:

$$\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_{a,tot} \quad (10.21)$$

$$\dot{m}_{a,1} \cdot x_1 + \dot{m}_{a,2} \cdot x_2 = \dot{m}_{a,tot} \cdot x_{out} \quad (10.22)$$

$$\dot{m}_{a,1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a,2} \cdot h_2 = \dot{m}_{a,tot} \cdot h_{out} \quad (10.23)$$

Mettendo a sistema le tre relazioni, ovvero sostituendo la prima nelle altre due, si ottiene:

$$\frac{\dot{m}_{a,1}}{\dot{m}_{a,2}} = \frac{x_{out} - x_2}{x_1 - x_{out}} = \frac{h_{out} - h_2}{h_1 - h_{out}} \quad (10.24)$$

Inoltre:

$$x_{out} = \frac{\dot{m}_{a,1} \cdot x_1 + \dot{m}_{a,2} \cdot x_2}{\dot{m}_{a,tot}}$$

$$h_{out} = \frac{\dot{m}_{a,1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a,2} \cdot h_2}{\dot{m}_{a,tot}}$$

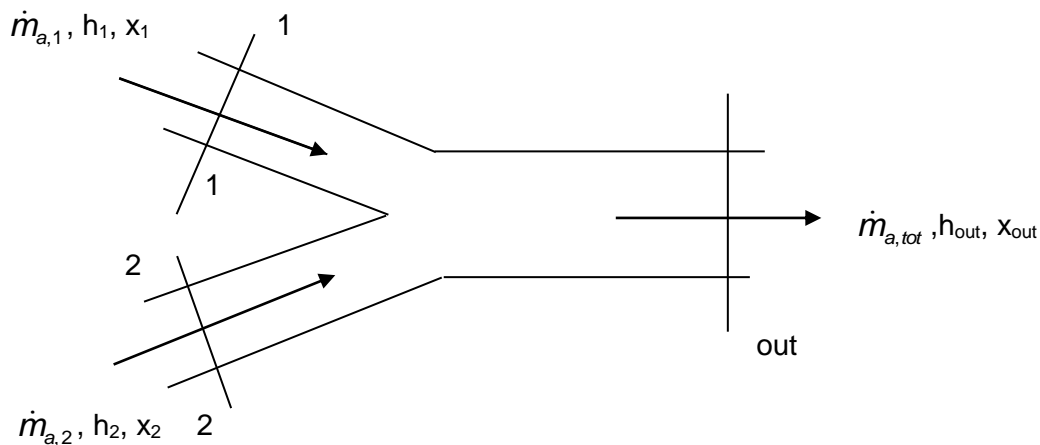


Figura 10.4. Miscelamento adiabatico

Nel diagramma psicrometrico di Mollier il punto di miscelazione giace sulla congiungente i punti 1 e 2 dividendola in due segmenti di lunghezza proporzionale alle portate miscelate (al solito espresse in kg di aria secca). Esso si può determinare grazie al rapporto tra le portate di massa di aria secca $\dot{m}_{a,1}$ ed $\dot{m}_{a,2}$ che arrivano alla miscelazione. Il punto rappresentativo della condizione di uscita sarà più prossimo alla condizione relativa alla portata maggiore.

Se il punto rappresentativo della condizione della miscela cade fuori del campo di esistenza della fase omogenea aeriforme aria secca-vapore, si ha separazione di fase condensata (zona della nebbia)

La Figura 10.5 rappresenta le tre condizioni (1, 2 e out) nel diagramma termodinamico.

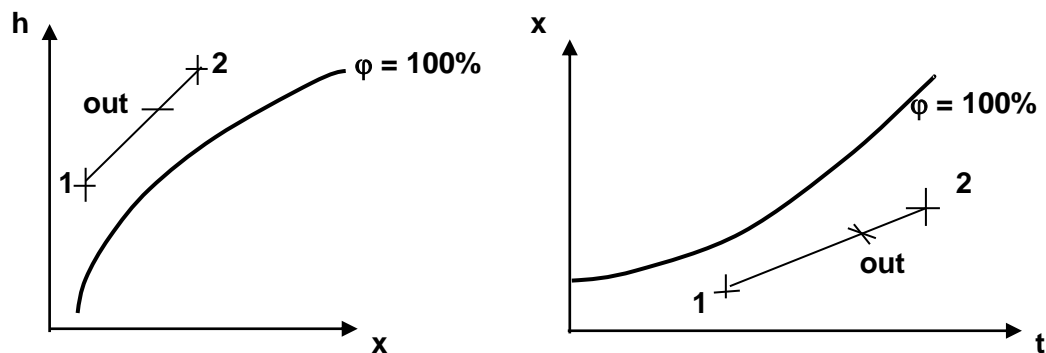


Figura 10.5. Miscelamento adiabatico

10.5.2 Riscaldamento o raffreddamento a umidità specifica costante ($x = \text{costante}$). In questo processo, si dice che avviene un riscaldamento o raffreddamento sensibile: la miscela non cambia il suo contenuto di vapore acqueo ma solo la sua temperatura.

Nel processo di riscaldamento sensibile, oltre ad aumentare la temperatura, diminuisce il valore dell'umidità relativa; nel processo di raffreddamento sensibile, oltre a diminuire il valore della temperatura cresce il valore dell'umidità relativa.

Il processo avviene quando la portata d'aria viene ad esempio fatta passare attraverso una serie di resistenze elettriche scaldanti, o all'interno di una batteria alettata (scambiatore di calore) per scambiare una data potenza termica q_{12} con un fluido a temperatura più elevata (riscaldamento) o più bassa (raffreddamento). Tale potenza termica è così determinabile:

riscaldamento

$$q_{12} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_a \cdot (c_{p,a} + x_1 \cdot c_{p,v}) \cdot (t_2 - t_1) \quad (10.25)$$

raffrescamento

$$q_{13} = \dot{m}_a \cdot (h_3 - h_1) = \dot{m}_a \cdot (c_{p,a} + x_1 \cdot c_{p,v}) \cdot (t_3 - t_1) \quad (10.26)$$

La Figura 10.6 riporta i processi di riscaldamento (1-2) e di raffreddamento (1-3) sensibile. Nel raffreddamento sensibile la temperatura della superficie di scambio (batteria alettata) deve essere in ogni punto superiore alla temperatura t_r di rugiada del punto 1 per evitare

condensazione di vapore sulla batteria. Se questa condizione è soddisfatta il processo non modifica il titolo della miscela, esso è a umidità specifica costante o iso-titolo.

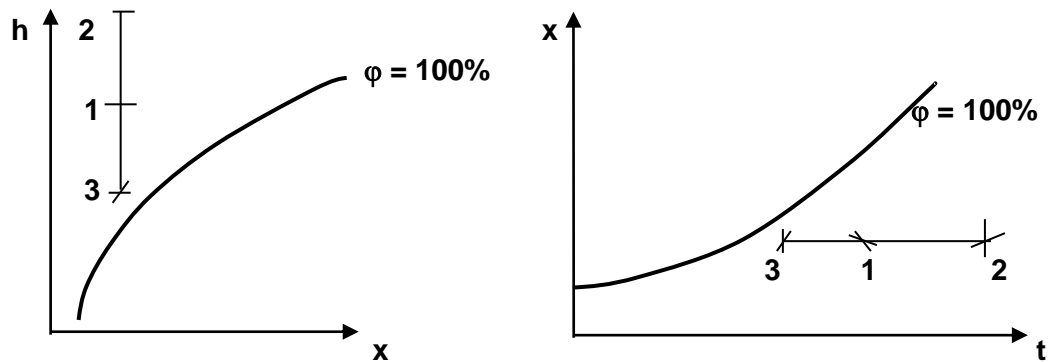


Figura 10.6. Riscaldamento (1 -2) e raffreddamento (1 -3) ad umidità specifica costante.

10.5.3 Raffreddamento e deumidificazione. E' il processo richiesto nella maggior parte degli impianti di condizionamento estivo dell'aria. In questo caso, a differenza del caso precedente, l'aria viene a contatto con una superficie la cui temperatura è inferiore a quella di rugiada, valutata per le condizioni all'ingresso 1 (vedi figura 10.7): all'uscita l'aria è satura.

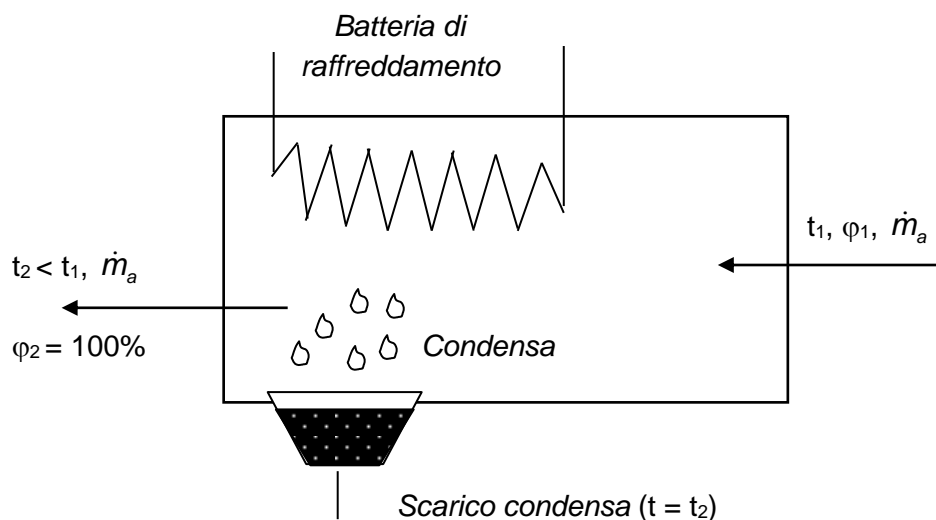


Figura 10.7. Schema di una batteria di raffreddamento e deumidificazione

Risulta diminuita sia la temperatura che il contenuto di vapore acqueo (ovvero l'umidità specifica x). In regime permanente il primo principio consente di scrivere:

$$Q_{12} + \dot{m}_a \cdot h_1 = \dot{m}_a \cdot h_2 + \dot{m}_l \cdot h_l$$

essendo la portata d'acqua condensata esprimibile come:

$$\dot{m}_l = \dot{m}_a \cdot (x_1 - x_2)$$

risulta:

$$\dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_a \cdot (x_2 - x_1) \cdot h_l + Q_{12} \quad \rightarrow \quad Q_{12} = \dot{m}_a \cdot [(h_2 - h_1) - (x_2 - x_1) \cdot h_l]$$

dove $h_l = c_l \cdot t_l$ è l'entalpia dell'acqua liquida alla temperatura di scarico, che si può assumere = t_2 ed è generalmente trascurabile. Pertanto:

$$Q_{12} \cong \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1)$$

Se t_s è il valore della temperatura della superficie fredda, esso individua un punto sulla curva di saturazione.

Si può dimostrare che, entro limiti di approssimazione accettabili in questa sede, il punto 2, rappresentativo dello stato dell'aria umida all'uscita dello scambiatore (che non corrisponde ad una condizione di saturazione) giace sul segmento che unisce i punti S e 1.

Questo ovviamente solo se $t_s \leq t_{di}$ di rugiada dell'aria umida nelle condizioni di ingresso 1. La posizione del punto 2 sul segmento 1S dipenderà dall'entità dei fenomeni di scambio termico e di trasporto di massa realizzati.

È intuitivo che tanto più questi meccanismi saranno efficienti (quanto più estesa ad esempio sarà la batteria fredda nel senso del flusso d'aria) tanto più il punto 2 sarà vicino al punto S (di equilibrio termogrignometrico dell'aria con l'acqua condensata alla temperatura t_s).

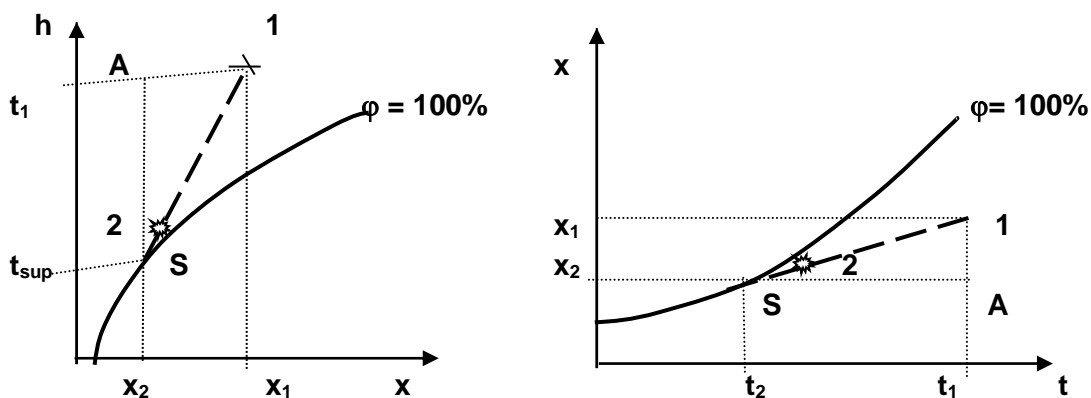


Figura 10.8 Processo di raffreddamento con deumidificazione

La batteria viene caratterizzata con un parametro chiamato **Fattore di by-pass**

Si considera infatti lo stato 2 come ottenuto per miscelazione isobara di due frazioni della portata globale d'aria:

- la prima \dot{m}'_a che by-passa la batteria,
- la seconda \dot{m}''_a che realmente compie la trasformazione arrivando alle condizioni di saturazione S.

Pertanto le condizioni nello stato 2 (all'uscita del dispositivo) saranno:

$$\dot{m}'_a \cdot h_1 + \dot{m}''_a \cdot h_s = (\dot{m}'_a + \dot{m}''_a) \cdot h_2$$

$$\dot{m}'_a \cdot (h_1 - h_2) = \dot{m}''_a \cdot (h_2 - h_s)$$

Si definisce il **Fattore di by-pass** come il rapporto tra le due portate:

$$BF = \frac{\dot{m}'_a}{\dot{m}''_a} = \frac{h_2 - h_s}{h_1 - h_2}$$

Il punto 2 potrebbe pertanto essere determinato come miscelamento (adiabatico ed isobaro) delle due portate di cui solo la \dot{m}''_a in condizione di saturazione.

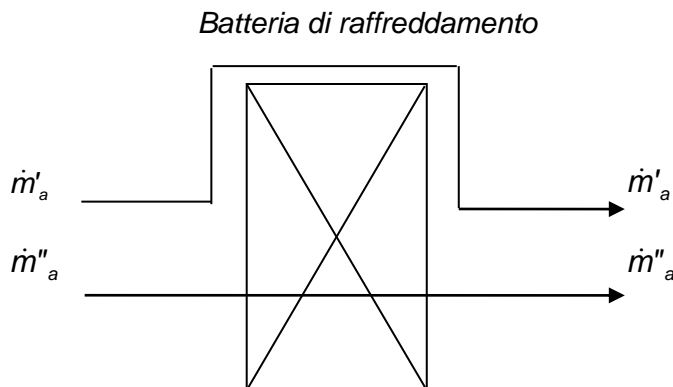


Figura 10.9 Schema di by - pass

10.5.4 Saturazione adiabatica

Il processo di saturazione adiabatica avviene a pressione totale p costante in regime stazionario, trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale. Si ipotizzi quindi che una portata in massa di aria secca \dot{m}_a (ovvero: $(1+x) \cdot \dot{m}_a$ unità di aria umida), nelle condizioni 1 (non sature), venga inviata ad un saturatore.

In tale apparecchio, una portata d'acqua viene nebulizzata al fine di saturare la portata d'aria \dot{m}_a : nessuno scambio termico viene effettuato con l'ambiente esterno.

Inoltre, se si eccettua il lavoro per la circolazione dell'acqua, non vi è scambio di lavoro con l'esterno.

Il Primo Principio della Termodinamica applicato al volume di controllo indicato in Figura 10.10, fornisce:

$$h_2 = h_1 + h_l \cdot (x_2 - x_1)$$

da cui:

$$h_2 - h_1 = h_l \cdot (x_2 - x_1)$$

$$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_l$$

con h_l entalpia specifica dell'acqua liquida di alimentazione del dispositivo.

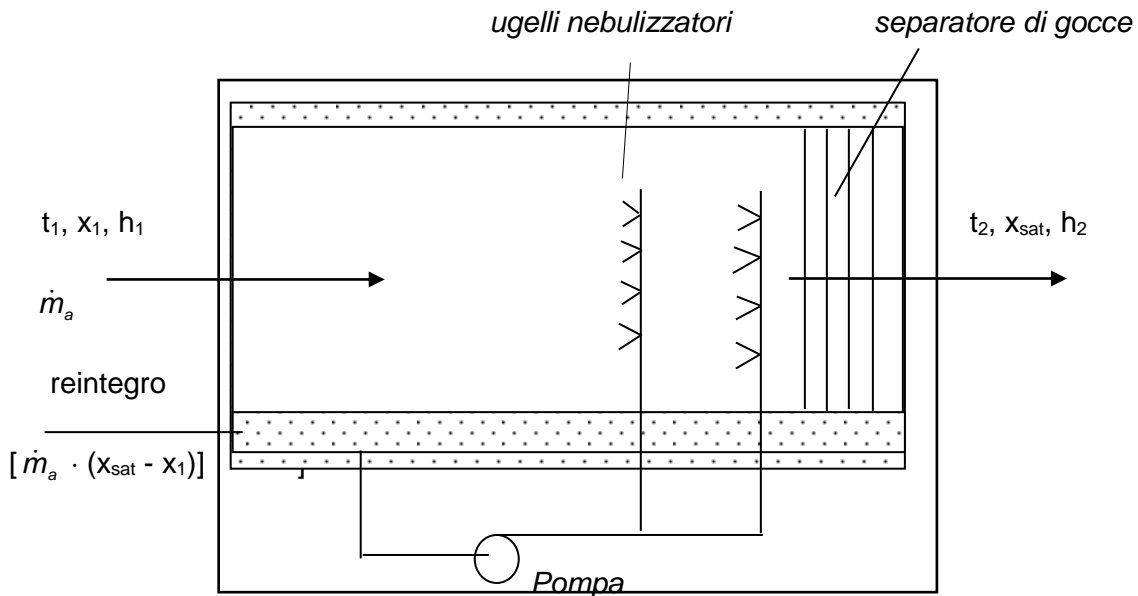


Figura 10.10. Saturatore adiabatico

Nella pratica il processo di umidificazione in un lavatore adiabatico **può essere considerato con buona approssimazione ad entalpia costante**, essendo il flusso di entalpia associato alla portata d'acqua liquida praticamente trascurabile rispetto all'entalpia dell'aria umida in ingresso.

Si definisce efficienza ε dell'umidificatore nel seguente modo:

$$\varepsilon = \frac{x_2 - x_1}{x_s - x_1}$$

Se si assume la temperatura dell'acqua di alimentazione pari alla temperatura di saturazione adiabatica alle condizioni dell'aria in ingresso t^*_1 , anche all'uscita la temperatura di saturazione adiabatica avrà lo stesso valore: $t^*_2 = t^*_1$.

$$h_{\text{acqua}} = c_l \cdot (t_2 - t_0)$$

sempre con $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ($=273,15\text{ K}$).

Esempi numerici

1. Due portate di aria umida aventi le seguenti caratteristiche: $\dot{m}_1 = 3$ kg/s, $h_1 = 30$ kJ/kg, $x_1 = 10$ g/kg e $\dot{m}_2 = 1$ kg/s, $h_2 = 50$ kJ/kg, $x_2 = 20$ g/kg, vengono dapprima miscelate adiabaticamente, la portata totale viene quindi riscaldata di 10 °C a titolo costante. Calcolare la temperatura della portata totale prima del riscaldamento, e l'entalpia specifica dopo il riscaldamento.

$$\dot{m}_{tot} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 3 + 1 = 4 \text{ [kg/s]}$$

$$h_{miscela} = \frac{h_1 \cdot \dot{m}_1 + h_2 \cdot \dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} = \frac{30 \cdot 3 + 50 \cdot 1}{4} = 35 \text{ [kJ/kg]}$$

$$x_{miscela} = \frac{x_1 \cdot \dot{m}_1 + x_2 \cdot \dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} = \frac{0,01 \cdot 3 + 0,02 \cdot 1}{4} = 0,0125 \text{ [kg/kg]}$$

$$h_{miscela} = 35 = 1,006 \cdot t_{miscela} + 0,0125 \cdot (2501 + 1,875 \cdot t_{miscela})$$

$$t_{miscela} = (35 - 0,0125 \cdot 2501) / (1,006 + 0,0125 \cdot 1,875) = 3,73 / 1,029 = 3,52 \text{ °C}$$

$$h_{postrisc} = 1,006 \cdot (3,52 + 10) + 0,0125 \cdot (2501 + 1,875 \cdot (3,52 + 10))$$

$$h_{postrisc} = 13,6 + 31,57 = 45,17 \text{ [kJ/kg]}$$

2. Una quantità di aria umida con le seguenti caratteristiche: $x = 10$ g/kg, $t = 35$ °C viene saturata adiabaticamente, passando ad un titolo pari a 15 g/kg. Calcolarne la temperatura finale.

$$h_1 = 1,006 \cdot 35 + 0,010 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 35) = 35,21 + 25,66 = 60,87 \text{ [kJ / kg}_a\text{]}$$

$$h_2 = h_1 = 60,87 = 1,006 \cdot t_2 + 0,015 \cdot (2501 + 1,875 \cdot t_2) \text{ [kJ / kg}_a\text{]}$$

$$1,006 \cdot t_2 + 0,015 \cdot 1,875 \cdot t_2 = 60,87 - 0,015 \cdot 2501 = 23,35$$

$$(1,006 + 0,015 \cdot 1,875) \cdot t_2 = 23,35 \rightarrow t_2 = 23,35 / 1,034125 = 22,58$$

10.6 La torre evaporativa

Nei processi tecnici si presenta spesso la necessità di asportare calore da un fluido di processo mediante scambio termico con acqua prelevata dall'ambiente esterno. Quando non è possibile utilizzare acqua in circuito aperto, prelevata da pozzi, laghi o fiumi, si ricicla l'acqua in circuito chiuso e la si raffredda ciclicamente mediante la torre evaporativa.

In figura 10.11 è rappresentata schematicamente una torre evaporativa a tiraggio meccanico con flussi in controcorrente: l'aria atmosferica fluisce dal basso verso l'alto per azione di un ventilatore, mentre l'acqua calda da raffreddare viene spruzzata da ugelli posti nella parte superiore e percola verso il basso, viene quindi raccolta in un bacino e rinviata all'utilizzazione.

La discesa dell'acqua attraverso la torre può essere ritardata da elementi di riempimento (ad es. listelli di materiale plastico).

Parte dell'acqua viene persa per evaporazione e trasporto nella corrente d'aria (circa il 3%). Il raffreddamento della restante acqua è provocato dall'asporto di calore di vaporizzazione richiesto dall'acqua che vaporizza nell'aria non satura di umidità.

Il valore minimo possibile per la temperatura dell'acqua in uscita è la temperatura di saturazione adiabatica dell'aria in ingresso, valore che sarebbe teoricamente ottenibile con una torre di lunghezza infinita. Di solito il valore raggiunto dalla temperatura dell'acqua in uscita è di 5 °C superiore rispetto a questa temperatura di saturazione adiabatica dell'aria atmosferica, valore che può essere significativamente inferiore alla temperatura a bulbo secco della stessa aria.

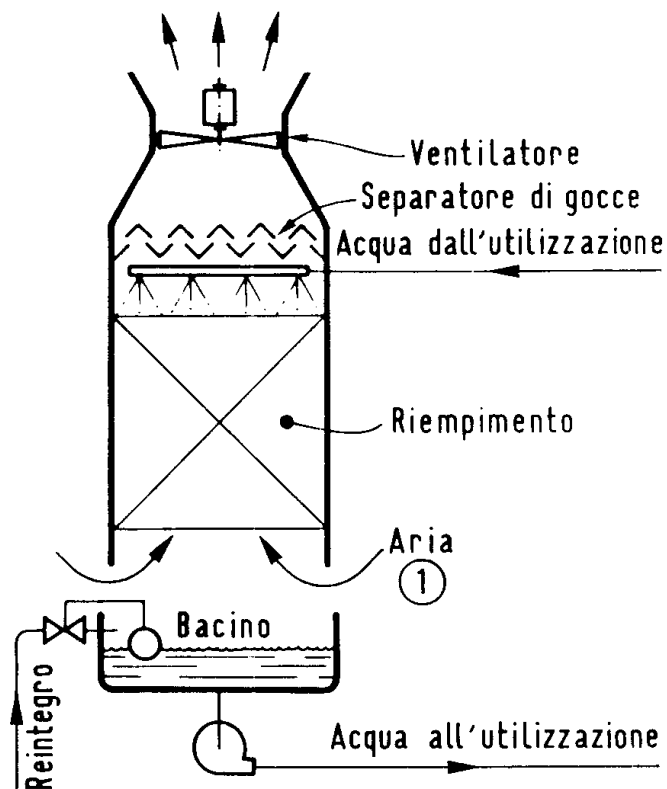


Figura 10.11. Torre evaporativa (fonte:[1]).

10.7 I trattamenti dell'aria ai fini della climatizzazione ambientale

Un impianto di climatizzazione completamente ad aria ("a tutta aria") provvede a mantenere le condizioni termoigrometriche desiderate nell'ambiente servito (che indicheremo con il pedice "A"), coprendone i carichi termici sensibili e latenti e fornendo al contempo il necessario ricambio di aria.

I carichi termici sensibili per un ambiente ad uso civile sono costituiti da:

- carichi da trasmissione attraverso gli elementi edilizi di confine con l'esterno o gli ambienti limitrofi (\dot{Q}_t), essi saranno positivi d'Estate negativi d'Inverno,
- guadagni interni (\dot{Q}_{int}) dovuti ad occupanti (si possono assumere 65 W di calore

sensibile per ogni persona adulta in attività sedentaria nelle condizioni estive) ed alle sorgenti termiche di vario tipo presenti nell'ambiente: macchinari, macchine da ufficio, elettrodomestici, fornelli, lampade,

- guadagni Solari (\dot{Q}_{Sol}) attraverso gli elementi di involucro opachi e trasparenti,
- infiltrazioni/exfiltrazioni incontrollate d'aria esterna (\dot{Q}_{exf}), di segno positivo o negativo a seconda delle stagioni.

I carichi termici latenti, generalmente positivi nel loro valore totale, sono invece connessi alla generazione di vapore all'interno dell'ambiente, dunque sono calcolabili come prodotto della portata di vapore generato per la sua entalpia specifica ($\dot{Q}_l = \dot{m}_v \cdot h_v$). La produzione di vapore è dovuta alla presenza di occupanti (alla loro respirazione ed evapotraspirazione) ed alle loro attività: cottura di cibi, essiccazione di indumenti lavati ed operazioni varie (si vedano i dati riportati nella successiva dispensa n.15). Anche le infiltrazioni/exfiltrazioni incontrollate d'aria esterna hanno il loro ruolo. Riguardo la produzione di vapore da parte degli occupanti si possono assumere 0,025 g/s (90 g/h) di vapore per ogni persona adulta in attività sedentaria nelle condizioni estive, il carico latente connesso è sempre di circa 65 W.

Per svolgere il suo compito l'impianto tratta una portata d'aria, che viene immessa ed estratta dall'ambiente servito (\dot{m}_{al}), operando su di essa le necessarie trasformazioni. Questa portata deve essere maggiore o uguale alla portata d'aria di rinnovo, detta anche portata di ventilazione (\dot{m}_{aR}). La norma UNI 10339 del Giugno 1995 stabilisce i valori delle portate di ventilazione per le varie destinazioni d'uso degli ambienti. Normalmente si assume un valore minimo di \dot{m}_{aR} pari a 0,006 m³/s di aria esterna per persona (circa 20 m³/h).

Il carico termico dovuto alla ventilazione è dato da quest'ultima portata moltiplicata per il salto di entalpia specifica tra le condizioni dell'aria esterna (h_E) e quelle dell'aria desiderate all'interno (h_A):

$$\dot{Q}_V = \dot{m}_{aR} \cdot (h_A - h_E)$$

Generalmente la portata d'aria necessaria a coprire i carichi ambientali è maggiore della portata di ventilazione ($\dot{m}_{al} > \dot{m}_{aR}$), pertanto una parte dell'aria estratta dall'ambiente (nelle condizioni A) viene riciclata e miscelata con la portata di aria di rinnovo prelevata dall'esterno, la loro somma sarà pari alla portata totale \dot{m}_{al} immessa nell'ambiente servito.

La portata d'aria trattata (\dot{m}_{al}) moltiplicata per la sua variazione di entalpia tra le condizioni di immissione I e le condizioni interne A rappresenta il flusso termico che l'aria in transito scambia all'interno dell'ambiente in modo tale da compensare i carichi termici sensibili e latenti di questo (\dot{Q}_{tot}):

$$\dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) = \dot{Q}_t + \dot{Q}_{int} + \dot{Q}_{Sol} + \dot{Q}_{exf} + \dot{m}_v \cdot h_v = \dot{Q}_{tot}$$

Sono descritte nel seguito le trasformazioni che costituiscono i trattamenti operati dalla macchina di trattamento dell'aria (MTA) nelle due stagioni estreme.

10.7.1. Condizionamento estivo. Nella stagione estiva lo spazio condizionato deve essere mantenuto in condizioni termoigrometriche dell'ordine di $t_A = 26$ °C, $\varphi_A = 50\%$. In genere d'Estate l'aria esterna è calda ed umida ed il suo stato può essere rappresentato dal punto E del diagramma di Fig.10.12. Poiché la portata d'aria di rinnovo \dot{m}_{aR} viene miscelata con l'aria

di ricircolo ($\dot{m}_{aI} - \dot{m}_{aR}$) estratta nello stato *A*, la portata da "trattare" avrà le condizioni di miscela *M*, individuabili nel diagramma sulla congiungente i punti *A* ed *E*:

$$\frac{ME}{AM} = \frac{\dot{m}_{aR}}{\dot{m}_{aI} - \dot{m}_{aR}}$$

L'entalpia specifica dell'aria umida nelle condizioni *M* risulterà dalla media ponderata dell'entalpia specifica delle due portate:

$$h_M = \frac{(\dot{m}_{aI} - \dot{m}_{aR}) \cdot h_A + \dot{m}_{aR} \cdot h_E}{\dot{m}_{aI}} \quad (10.27)$$

Dallo stato *M* dovrà essere portata allo stato *I* per l'immissione nell'ambiente. Per ottenere ciò sarà necessario deumidificarla e raffreddarla.

Lo stato *I* di immissione dell'aria può essere ottenuto con varie soluzioni impiantistiche, più o meno complesse, che comportano differenti possibilità di controllo ambientale.

Si può far passare l'aria attraverso una batteria refrigerante (dove avviene un raffreddamento con deumidificazione fino allo stato *1*) e successivamente riscaldarla ad umidità specifica costante nella batteria di postriscaldamento fino a raggiungere lo stato di immissione *I*. Il processo è rappresentato schematicamente dalla linea nera spessa che, in Fig. 10.12, unisce *M* ad *1* e quindi ad *I*.

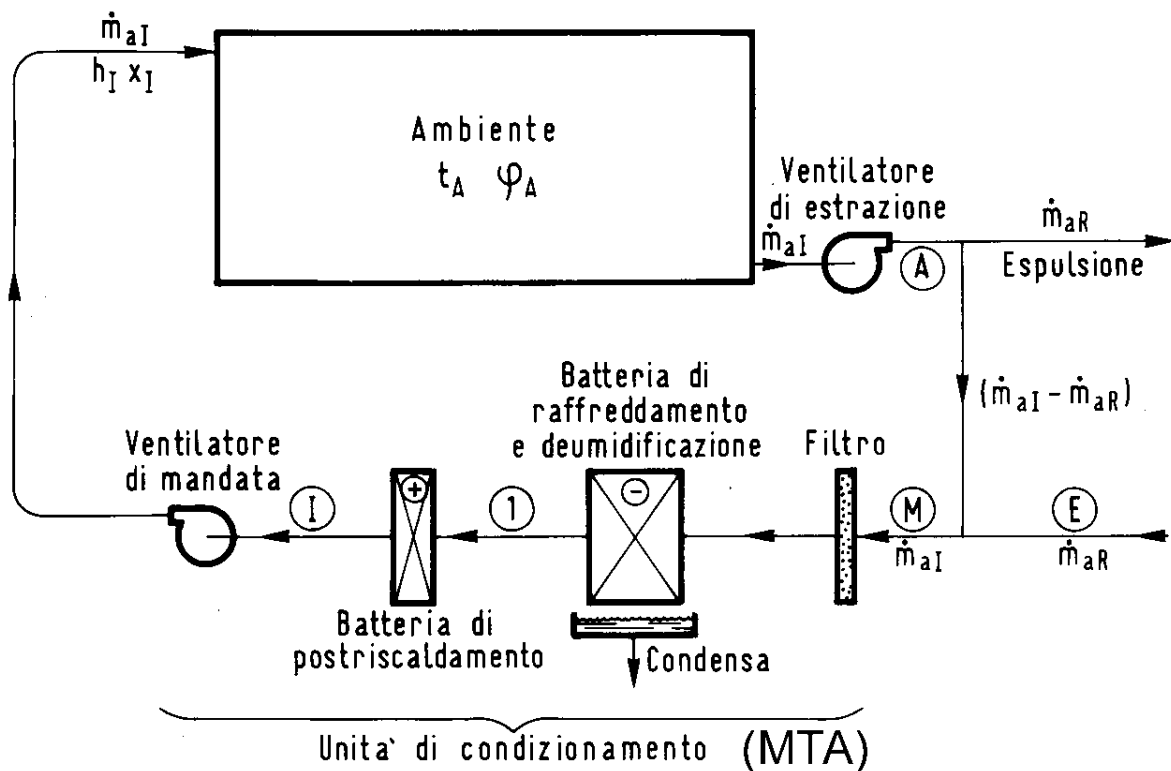


Figura 10.12.a Trattamento estivo dell'aria (fonte:[1]).

Nel processo reale una parte del flusso d'aria umida che attraversa la batteria refrigerante, di fatto la "bypassa" rimanendo praticamente nello stato M, mentre la restante parte del flusso si raffredda, con effettiva condensazione del vapore. Il risultato è che all'uscita della batteria non si ottiene lo stato 1, ma uno stato ad esso prossimo, con elevata umidità relativa, non saturo. Il successivo riscaldamento consente di ottenere le condizioni di immissione volute.

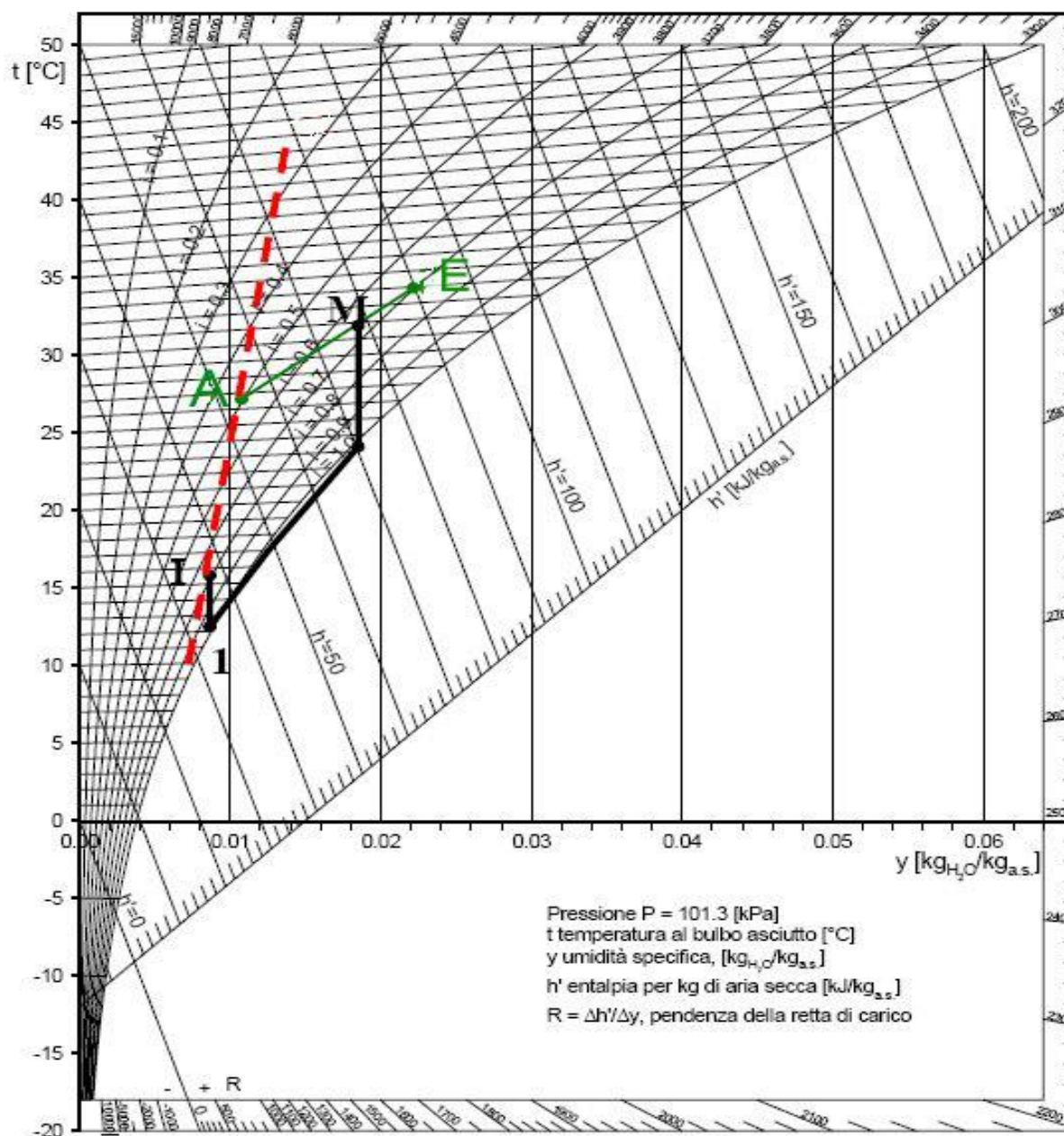


Figura 10.12.b Trattamento estivo dell'aria.

L'unità di condizionamento estiva prevede dunque una batteria "fredda" e generalmente un post-riscaldatore. I flussi termici corrispondenti alle trasformazioni $M1$ ed $1I$ sono valutabili come prodotto della portata in massa di aria secca immessa nell'ambiente condizionato per le corrispondenti variazioni di entalpia specifica. In particolare la potenza della batteria fredda, necessaria al raffreddamento con deumidificazione, sarà data da:

$$\left| \dot{Q}_f \right| = \dot{m}_{al} \cdot (h_M - h_1) \quad (10.28)$$

Osservando il diagramma si vede che:

$$(h_M - h_1) = (h_M - h_A) + (h_A - h_I) + (h_I - h_1)$$

pertanto:

$$\left| \dot{Q}_f \right| = \dot{m}_{al} \cdot (h_M - h_A) + \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) + \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_1)$$

Ricordando la 10.27 si può sostituire nella 10.28 l'espressione di h_M :

$$\left| \dot{Q}_f \right| = \dot{m}_{al} \cdot \left(\frac{(\dot{m}_{al} - \dot{m}_{aR}) \cdot h_A + \dot{m}_{aR} \cdot h_E}{\dot{m}_{al}} - h_A \right) + \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) + \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_1)$$

$$\left| \dot{Q}_f \right| = (\dot{m}_{al} - \dot{m}_{aR}) \cdot h_A + \dot{m}_{aR} \cdot h_E - \dot{m}_{al} \cdot h_A + \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) + \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_1)$$

$$\left| \dot{Q}_f \right| = \dot{m}_{aR} \cdot (h_E - h_A) + \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) + \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_1)$$

Si può osservare che il termine

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_1)$$

rappresenta la potenza della batteria di post riscaldamento, mentre il termine

$$\dot{Q}_t = \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I)$$

rappresenta I carichi termici totali \dot{Q}_t dell'ambiente servito, pertanto si può dire che:

$$\left| \dot{Q}_f \right| = \dot{m}_{aR} \cdot (h_E - h_A) + \dot{Q}_t + \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_1)$$

la potenza di refrigerazione oltre a coprire I carichi ambientali deve contrastare la potenza termica della batteria calda e deve portare l'aria di rinnovo dalle condizioni E alle condizioni A .

Essa costituisce il costo energetico del trattamento dell'aria (insieme ai consumi di energia meccanica da parte dei ventilatori e delle pompe di circolazione della MTA). Per risalire però alla domanda di energia primaria bisogna tener conto dei rendimenti con cui vengono prodotti i fluidi caldo e freddo che transitano nelle rispettive batterie della MTA. È evidente che l'utilizzo per il post-riscaldamento di calore recuperato, ad esempio dall'aria espulsa, dall'aria esterna o dal condensatore della stessa macchina frigorifera il cui evaporatore provvede ad alimentare la batteria fredda, può costituire un sensibile risparmio energetico.

10.7.2. Condizionamento invernale. Durante il regime invernale si vuol mantenere nel locale condizionato una temperatura di 20°C ed una umidità relativa intorno al 50%. Il carico termico sensibile è negativo per le dispersioni termiche, la cui entità normalmente supera quella dei guadagni interni dovuti alle persone, all'irraggiamento solare ed ai vari dispositivi presenti. Il flusso entalpico dovuto al vapore prodotto è in genere trascurato nel bilancio termico.

Nel caso invernale l'aria esterna è generalmente secca e fredda, deve pertanto essere riscaldata ed umidificata.

Anche in questo caso la portata di aria da trattare è generalmente costituita da due parti: la portata di rinnovo \dot{m}_{aR} , rispondente alle esigenze di qualità dell'aria del locale, e la portata di ricircolo ($\dot{m}_{aI} - \dot{m}_{aR}$). Per ottenere che l'aria all'uscita del condizionatore sia nelle condizioni desiderate, occorre in genere provvedere a riscaldarla ed umidificarla. Un solo trattamento non è di norma sufficiente per raggiungere entrambi gli scopi nella misura necessaria.

Gli schemi che possono essere adottati relativamente all'effettuazione della miscela tra aria esterna e aria di ricircolo sono diversi e normalmente converrà ripetere, se possibile, lo schema scelto per il caso estivo, in modo da utilizzare la stessa tipologia di gruppo di trattamento dell'aria.

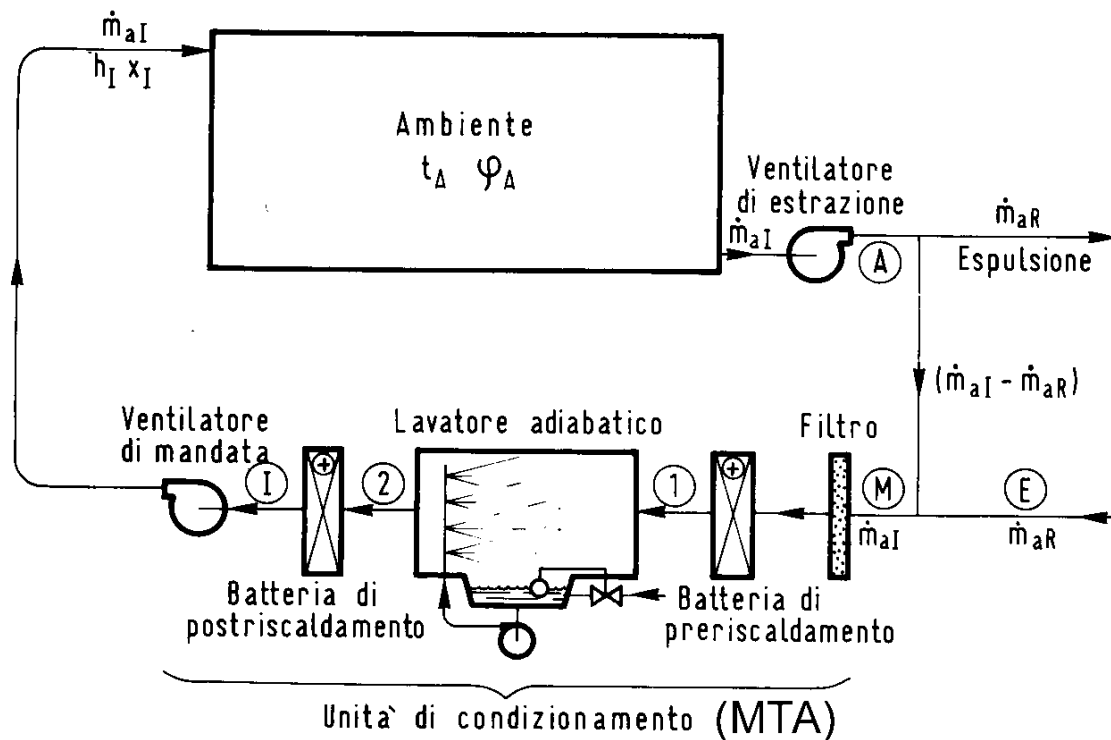


Figura 10.13.a Trattamento invernale dell'aria (fonte:[1]).

Il passaggio dallo stato *M* allo stato *I* può essere ottenuto in diversi modi che dipendono dal tipo di apparecchiature usate. Se si suppone, come accade di solito, di impiegare batterie a tubi alettati per il riscaldamento isotitolo e umidificatori a spruzzo per l'umidificazione, le trasformazioni più convenienti, anche per quanto riguarda i problemi di regolazione, sono: il preriscaldamento *M1*, l'umidificazione per saturazione adiabatica *12*, che comporta anche un abbassamento della temperatura, ed il post-riscaldamento *2I*.

L'unità di condizionamento invernale, nello schema sopra indicato, prevede dunque un riscaldatore, un umidificatore ed un secondo riscaldatore. I flussi termici corrispondenti alle

trasformazioni *M1* ed *2I* sono valutabili come prodotto della portata in massa di aria secca immessa in ambiente condizionato per le corrispondenti variazioni di entalpia specifica. Essendo l'umidificazione isoentalpica (ed adiabatica) essi costituiscono il costo energetico del trattamento dell'aria (oltre ai consumi di energia meccanica dei ventilatori).

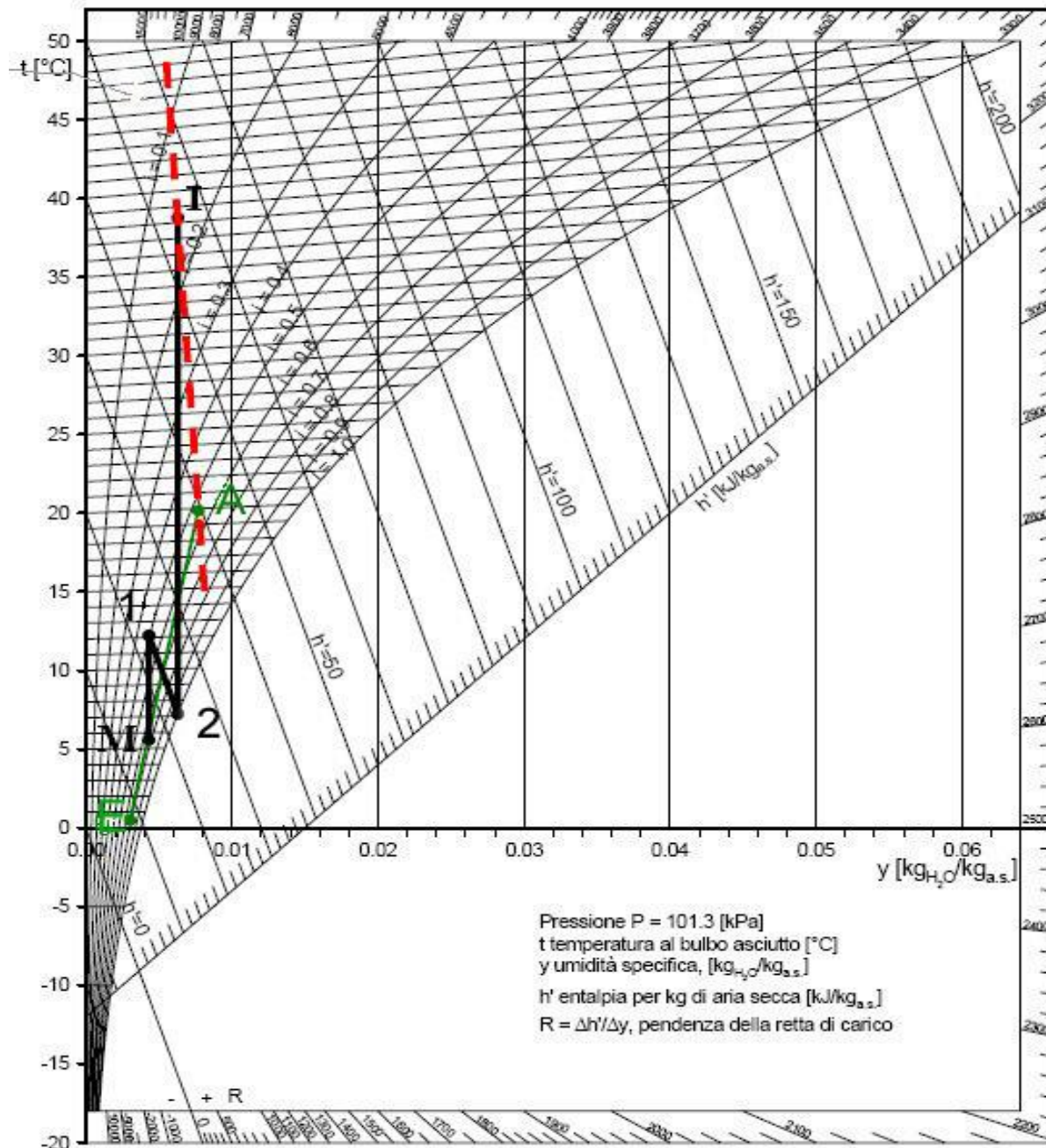


Figura 10.13. b Trattamento invernale dell'aria.

Ricordando che che il carico termico totale del locale è $\dot{Q}_t = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_A)$ ed osservando le isoentalpiche nel diagramma di Mollier si può esprimere la potenza termica necessaria:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_M) = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_A) + \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_M) = \dot{Q}_t + \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_M)$$

Esprimendo h_M in base alla 10.27:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_M) = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_A) + \dot{m}_{al} \cdot \left(h_A - \frac{(\dot{m}_{al} - \dot{m}_{aR}) \cdot h_A + \dot{m}_{aR} \cdot h_E}{\dot{m}_{al}} \right)$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_M) = \dot{m}_{al} \cdot (h_I - h_A) + \dot{m}_{aR} \cdot (h_A - h_E)$$

L'equazione evidenzia come la potenza totale impiegata dalle due batterie nella MTA serva sia a coprire i carichi termici ambientali che a portare l'aria di rinnovo dalle condizioni esterne E alle condizioni dell'ambiente A .

10.7.3. La retta-ambiente. Come si può osservare nei processi sopra descritti le condizioni I in cui l'aria trattata viene immessa nell'ambiente condizionato differiscono dalle condizioni A desiderate all'interno di esso. Se si immettesse aria nelle condizioni A i carichi termici sensibili e latenti dell'ambiente servito ne modificherebbero entalpia e titolo, e l'aria interna verrebbe a trovarsi in condizioni diverse da quelle desiderate. Pertanto la portata d'aria immessa deve trovarsi in uno stato termoigrometrico tale da compensare questi carichi in modo da mantenere le condizioni interne di comfort.

Per quantificare questa portata e definirne lo stato psicrometrico bisogna partire dai carichi termici sensibili e latenti dell'ambiente servito.

Come prima visto il carico termico totale (\dot{Q}_{tot}) è dato dalla somma di carichi sensibili e carichi latenti e deve essere coperto dal flusso termico veicolato dall'aria immessa:

$$\dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) = \dot{Q}_{tot}$$

Si può osservare che al diminuire della differenza di entalpia tra le condizioni I ed A la portata d'aria immessa deve aumentare per garantire lo stesso flusso termico. Pertanto se si pretendesse di mantenere nell'ambiente le condizioni A immettendo aria nelle stesse condizioni A , a fronte di una variazione di entalpia nulla, la portata dovrebbe essere infinita.

Si noti che tra i carichi sensibili non figura il carico da ventilazione, essendo la ventilazione fornita dal flusso d'aria entrante questo non è un carico per l'ambiente servito ma per la MTA, che deve portare l'aria di rinnovo dalle condizioni esterne alle condizioni di immissione.

Si può anche scrivere un bilancio di massa:

$$\dot{m}_{al} \cdot (x_A - x_I) = \dot{m}_{vI}$$

dividendo la prima equazione per la seconda si ricava la pendenza della retta di esercizio o "retta-ambiente" sul piano $x-h$, ovvero la semi-retta che parte dal punto A e passa per il punto I :

$$\frac{h_A - h_I}{x_A - x_I} = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{m}_{vI}}$$

Tale retta rappresenta il luogo degli stati di possibile immissione per l'aria. La variazione di

titolo è sempre positiva (salvo particolari destinazioni d'uso) mentre il carico termico totale è negativo d'Inverno e positivo d'Estate, pertanto la retta avrà pendenza negativa d'Inverno e positiva d'Estate.

La scelta del punto di immissione avviene sulla base di considerazioni di ordine igienico, economico e legate al comfort.

Come anzidetto, una volta stabilito il carico termico totale dell'ambiente servito, portata e salto entalpico sono inversamente proporzionali e la parte sensibile dell'entalpia della miscela aria-vapore è legata alla sua temperatura. Le condizioni di comfort termico richiedono che la temperatura t_i dell'aria immessa non sia troppo lontana dalla temperatura ambientale t_A per non creare discomfort in prossimità delle bocchette di immissione. I limiti sulla differenza di temperatura dipendono ovviamente dalle dimensioni del locale e dalla posizione delle bocchette, tanto più l'aria immessa ha la possibilità di miscelarsi con l'aria del locale prima di raggiungere gli occupanti tanto maggiore può essere la differenza tra le temperature t_i e t_A . In ogni caso **valori di riferimento per questa differenza di temperatura possono essere 8-12 °C in Estate e 12-20 °C in Inverno** (quando le persone sono vestite in modo più pesante).

Nel definire la posizione delle bocchette e la conseguente velocità di mandata va tenuto conto che **la velocità dell'aria nella zona occupata non deve superare gli 0,15 m/s.**

Per ragioni economiche non si può nemmeno ridurre eccessivamente questa differenza di temperatura, il che comporterebbe l'utilizzo di maggiori portate con maggiori ingombri delle condutture e maggior consumo energetico per la movimentazione.

Dopo aver analizzato le condizioni Estive ed Invernali la portata d'aria scelta sarà dimensionata sulle più gravose.

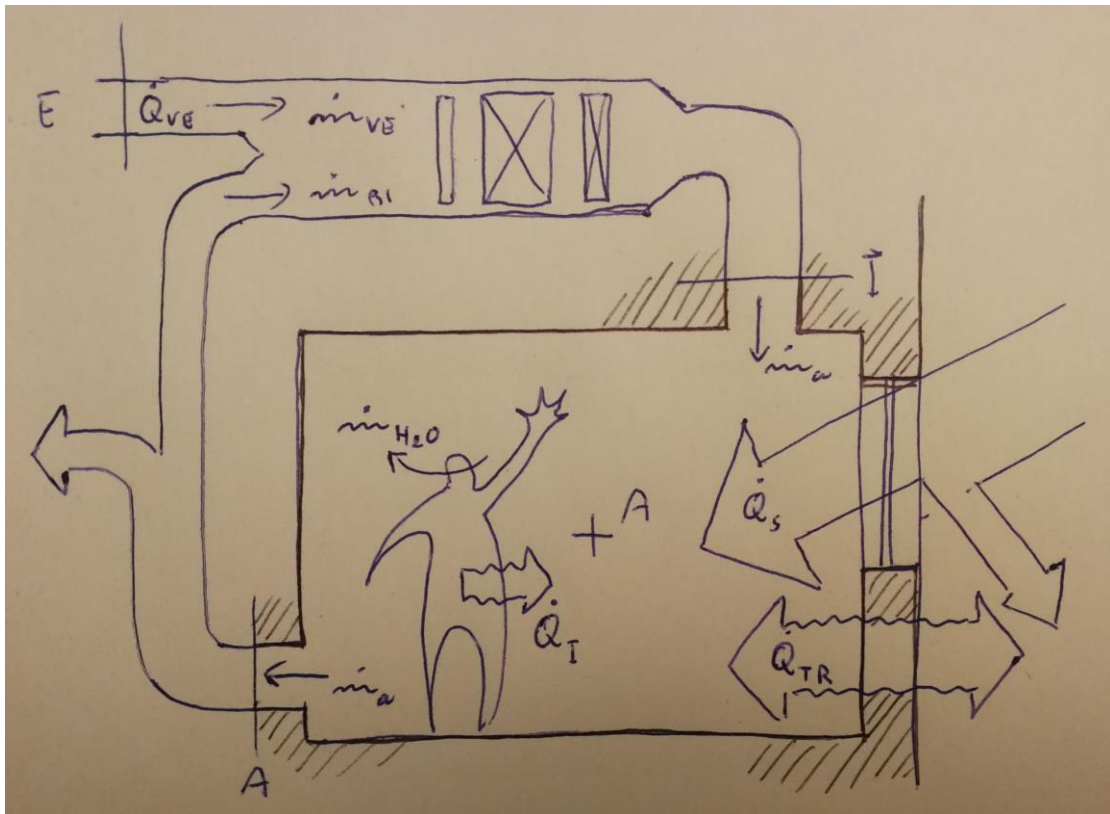
Inoltre **la portata \dot{m}_{ai} non può essere inferiore alla portata di ventilazione**, pertanto se la portata necessaria alla copertura dei carichi ambientali è superiore a quella richiesta dalla ventilazione logiche di tipo economico suggeriscono di riciclare una parte dell'aria espulsa, riducendo così i carichi per la MTA. Un altro accorgimento ormai sempre più diffuso è quello di recuperare il calore dell'aria espulsa e fornirlo all'aria di rinnovo mediante uno scambiatore.

10.7.4. Utilizzo della retta ambiente. Esempi numerici.

10.7.4.1 In un locale ad uso ufficio sono presenti 4 impiegati, altrettanti computer, una stampante, ed una caffettiera in ebollizione. Calcolare la portata d'aria necessaria a coprire i carichi sensibili e latenti e le condizioni di immissioni della stessa, in un generico momento di una giornata estiva in cui i guadagni termici del locale, dovuti alla radiazione solare che attraversa la finestratura ed alla trasmissione attraverso le pareti, sono valutabili in complessivi 500 W. Condizioni desiderate nel locale: $t_A=26$ °C, $\phi_A = 50\%$ dunque $x_A = 0,011$; condizioni esterne: $t_A=36$ °C, $\phi_A = 80\%$ dunque $x_A = 0,03$.

- a) Stima dei carichi sensibili e latenti. I guadagni interni sensibili possono essere così valutati:
- 4 persone · 65 W/persona = 260 W,
 - 4 computer · 100 W/macchina (media temporale) + 100 W/stampante = 500 W,
 - 1 caffettiera in ebollizione = 100 W.

Ad essi vanno aggiunti i guadagni termici attraverso l'involucro, comprensivi dei guadagni solari = 500 W. In toto : 1360 W.



I guadagni interni latenti possono essere valutati come segue:

- 4 persone $\cdot 14 \cdot 10^{-6}$ kg/s di vapore a persona (0,05 kg/h) = $56 \cdot 10^{-6}$ kg/s di vapore,
- 1 caffettiera in ebollizione = $97 \cdot 10^{-6}$ kg/s di vapore.

Portata di vapore totale immessa nel locale: $\dot{m}_{vj} = 153 \cdot 10^{-6}$ kg/s.

Assumendo che il vapore emesso dalle persone sia a 37 °C e quello della caffettiera sia a 100 °C il carico termico connesso (pari all'entalpia complessiva dei flussi di vapore immesso) sarà:

- H_v da persone = $0,000056 \cdot (2501 + 1,873 \cdot 37) = 0,143941$ kJ/s,
- H_v da caffettiera = $0,000097 \cdot (2501 + 1,873 \cdot 100) = 0,260765$ kJ/s,
- H_v tot = $0,40470$ kJ/s = $404,70$ W = 405 W.

La portata di aria trattata immessa nel locale dovrà essere di entità e condizioni tali da compensare il carico termico totale del locale (\dot{Q}_{tot}) pari a $1360 + 405 = 1765$ W, e da stabilizzarne l'umidità relativa. Si noti che nel carico termico totale dell'ambiente servito non è qui compreso il carico da ventilazione, che consiste nel portare la portata d'aria di rinnovo dalle condizioni esterne a quelle di immissione raffreddandola e deumidificandola, in quanto tale carico è coperto dalla MTA.

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I)$$

- b) Valutazione della portata d'aria richiesta per la ventilazione e del conseguente titolo nelle condizioni di immissione. Assumiamo come prima ipotesi che la portata d'aria da immettere sia pari alla portata richiesta per la ventilazione, ovvero 15 m³/h per ogni persona. Dunque:

$$\dot{m}_{al} = 4 \text{ persone} \cdot 0,004167 \left[\text{m}^3 / (\text{s} \cdot \text{persona}) \right] \cdot 1,2 \left[\text{kg} / \text{m}^3 \right] = 0,02 \left[\text{kg} / \text{s} \right]$$

questa portata d'aria dovrà asportare dal locale un flusso di vapore pari, come si è visto, a $153 \cdot 10^{-6}$ kg/s, dunque la differenza di titolo tra le condizioni di immissione e le condizioni dell'aria espulsa (condizioni interne) dovrà essere di:

$$\dot{m}_{al} \cdot (x_A - x_I) = \dot{m}_{vI} \left[\text{kg}_v / \text{s} \right]$$

$$(x_A - x_I) = \frac{\dot{m}_{vI}}{\dot{m}_{al}} \left[(\text{kg}_v / \text{s}) / (\text{kg}_a / \text{s}) \right]$$

$$\Delta x_{Al} = \frac{0,000153}{0,02} = 0,00765 \left[\text{kg}_v / \text{kg}_a \right]$$

Ricordando che nel locale $x_A = 0,011$ il titolo dell'aria immessa dovrà essere:

$$x_I = x_A - \Delta x_{Al} = 0,011 - 0,00765 = 0,00335 \left[\text{kg}_v / \text{kg}_a \right]$$

Volendo coprire i carichi termici totali del locale con una portata di tale entità e con quel titolo la sua temperatura di immissione dovrà essere:

$$h_I = 1,006 \cdot t_I + 0,00335 \cdot (2501 + 1,875 \cdot t_I) \left[\text{kJ} / \text{kg}_a \right]$$

$$h_A = 1,006 \cdot 26 + 0,011 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 26) = 54,18 \left[\text{kJ} / \text{kg}_a \right]$$

$$\dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_I) = \dot{Q}_{tot} = 1,765 \left[\text{kW} \right]$$

$$(h_A - h_I) = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{m}_{al}} = \frac{1,765}{0,02} \left[\text{kW} \right]$$

$$54,18 - 1,006 \cdot t_I - 0,00335 \cdot (2501 + 1,875 \cdot t_I) = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{m}_{al}} = \frac{1,765}{0,02}$$

$$t_I = - \frac{\frac{1,765}{0,02} - 54,18 + 0,00335 \cdot 2501}{1,006 + 0,00335 \cdot 1,875} = -41,93$$

La temperatura è decisamente troppo bassa, la temperatura dell'aria immessa non deve essere inferiore di 12 °C rispetto alla temperatura nel locale, che è $t_A=26$ °C pertanto: $t_i=26-12=14$ °C, adottando tale valore calcoliamo la portata necessaria. Il titolo nelle condizioni di immissione sarà:

$$\Delta x_{Al} = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_{al}} [kg_v / kg_a] \rightarrow x_i = x_A - \Delta x_{Al} = 0,011 - \frac{0,000153}{\dot{m}_{al}} [kg_v / kg_a]$$

$$h_i = 1,006 \cdot 14 + x_i \cdot (2501 + 1,875 \cdot 14) [kJ / kg_a]$$

$$h_A = 1,006 \cdot 26 + 0,011 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 26) = 54,18 [kJ / kg_a]$$

la portata necessaria sarà:

$$\dot{m}_{al} \cdot (h_A - h_i) = \dot{Q}_{tot}$$

$$\dot{m}_{al} \cdot \left(54,18 - 1,006 \cdot 14 - \left(0,011 - \frac{0,000153}{\dot{m}_{al}} \right) \cdot (2501 + 1,875 \cdot 14) \right) = \dot{Q}_{tot}$$

$$\dot{m}_{al} = \frac{\dot{Q}_{tot} - 0,000153 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 14)}{54,18 - 1,006 \cdot 14 - 0,011 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 14)} = 0,1068 [kg/s]$$

$$\dot{V}_{al} = \frac{\dot{m}_{al}}{\rho_a} = 0,89 [m^3/s]$$

come spesso avviene essa è superiore alla sola portata di ventilazione. Adottando delle bocchette di immissione di area complessiva pari a 0,12 m² (2 bocchette rettangolari da 30 per 20 cm) la conseguente velocità di immissione sarà di 7,41 m/s (27 km/h). Trovandosi le bocchette distanti dagli occupanti (parte alta della sala) la velocità può essere compatibile con le condizioni di comfort, in prossimità degli occupanti invece la velocità dell'aria deve essere inferiore a 0,15 m/s.

- c) Ipotizziamo ora di voler svolgere con l'impianto ad aria solo la funzione di ventilazione e deumidificazione, e di affidare la copertura dei carichi sensibili ad un impianto a pannelli radianti. Come si è visto la portata d'aria necessaria al rinnovo è:

$$\dot{m}_{al} = 4 \text{ persone} \cdot 0,004167 [m^3 / (s \cdot \text{persone})] \cdot 1,2 [kg / m^3] = 0,02 [kg / s]$$

Ed il suo titolo dovrà essere:

$$x_i = x_A - \Delta x_{Al} = 0,011 - 0,00765 = 0,00335 [kg_v / kg_a]$$

Dal momento che l'aria di rinnovo è prelevata dall'esterno, la MTA dovrà eseguire la seguente variazione di titolo su di essa:

$$\Delta x_{EI} = x_I - x_E = 0,00335 - 0,03 = 0,02665 \text{ [kg}_v \text{ / kg}_a \text{]}$$

Se alla copertura del carico termico sensibile provvedono i pannelli radianti possiamo immettere aria alla stessa temperatura di 26 °C richiesta nel locale (anche se sarebbe gradito qualche grado in meno), pertanto l'entalpia della portata d'aria immessa sarà:

$$h_I = 1,006 \cdot 26 + 0,00335 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 26) = 34,7 \text{ [kJ / kg}_a \text{]}$$

il salto entalpico tra le condizioni di immissione e quelle di estrazione sarà:

$$h_A = [1,006 \cdot 26 + 0,011 \cdot (2501 + 1,875 \cdot 26)]$$

$$h_I = [1,006 \cdot 26 + (0,011 - 0,00765) \cdot (2501 + 1,875 \cdot 26)]$$

eseguendo i dovuti passaggi:

$$h_A = [1,006 \cdot 26 + 0,011 \cdot 2501 + 0,011 \cdot 1,875 \cdot 26]$$

$$h_I = [1,006 \cdot 26 + 0,011 \cdot 2501 + 0,011 \cdot 1,875 \cdot 26 - 0,00765 \cdot 2501 - 0,00765 \cdot 1,875 \cdot 26]$$

sottraendo la seconda eq. alla prima si ha:

$$h_A - h_I = [- 0,00765 \cdot 2501 - 0,00765 \cdot 1,875 \cdot 26] = 19,5$$

come si può osservare il salto entalpico è dovuto alla sola variazione di titolo, ovvero all'entalpia della massa di vapore che si aggiunge nell'ambiente.

Il carico termico coperto dalla portata d'aria sarà:

$$\dot{Q}_{ve} = \dot{m}_{ve} \cdot (h_A - h_I) = 0,02 \cdot 19,5 \text{ [kJ / s]} = 390 \text{ [W]}$$

i pannelli radianti dovranno invece sottrarre al locale un flusso termico sensibile pari alla differenza tra il suo carico totale e la parte coperta dalla portata d'aria di rinnovo:

$$\dot{Q}_{sens} = \dot{Q}_{tot} - \dot{m}_{ve} \cdot (h_A - h_I) = 1765 - 390 = 970 \text{ [W]}$$

Assumendo una differenza di temperatura di 10 °C tra mandata e ritorno, la portata d'acqua refrigerata che percorrerà i pannelli dovrà essere:

$$\dot{Q}_{sens} = \dot{m}_{H_2O} \cdot \Delta h_{H_2O} = \dot{m}_{H_2O} \cdot c_{pH_2O} \cdot \Delta t_{H_2O} = \dot{m}_{H_2O} \cdot 4186 \cdot 10 = 970 \text{ [W]}$$

$$\dot{m}_{H_2O} = \frac{\dot{Q}_{sens}}{c_{pH_2O} \cdot \Delta t_{H_2O}} = \frac{970}{4186 \cdot 10} = 0,023 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

Il segno è cambiato perché per il sistema acqua circolante nei pannelli il flusso

termico è ricevuto, pertanto la sua variazione di entalpia è positiva.

Bibliografia

[1] A. Cavallini, L. Mattarolo. *Termodinamica Applicata*. Cleup, Padova, 1992

[2] G. Guerra, J. Merigoux. *Tables de l'air humide*. CETIAT. Villeurbanne. Juin 1976

[3] AA.VV. *Mésure d'humidité dans les gaz - Documents de stage de formation continué*
CETIAT. Villeurbanne. 1990

[4] ASHRAE. *Handbook of Fundamentals*. ASHRAE. 1997

[5] C. Pizzetti. *Condizionamento dell'aria e refrigerazione*. Masson Italia. 1980