

## Applicazioni del Primo Principio

### A.1 Riscaldamento di un fluido a pressione costante in regime stazionario.

Un processo molto interessante e che spesso ricorre nella pratica è il riscaldamento isobaro di un fluido. In generale si assume che il fluido sia incomprimibile ( $v=\text{costante}$ : il volume specifico non varia per effetto della pressione applicata) dal momento che si possono considerare tali, almeno nelle condizioni standard di utilizzo, i due fluidi principali che si incontrano nelle applicazioni tecniche e in particolare negli Impianti Tecnici per l'Edilizia: *l'acqua e l'aria* (a quest'ultima vengono applicate, negli impianti di ventilazione, pressioni piccole rispetto alla pressione atmosferica, quindi  $v$  resta costante). In base alla definizione di entalpia specifica scriviamo:

$$h = u + pv$$

Differenziando  $h$  rispetto alle due variabili  $p$ ,  $v$ , si ottiene:

$$dh = du + p \cdot dv + v \cdot dp$$

L'ipotesi  $v = \text{costante}$  implica  $dv = 0$ ; l'ipotesi  $p = \text{costante}$  implica  $dp = 0$ , pertanto si ottiene:

$$dh = du \quad (1)$$

In una trasformazione che porta il fluido dallo stato 1 allo stato 2 la (1) diventa:

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 dh = \int_1^2 du$$

ovvero:

$$(h_2 - h_1)_{\substack{v=\text{costante} \\ p=\text{costante}}} = u_2 - u_1 \quad (2)$$

Dalla Calorimetria si deduce che il calore da fornire, a pressione costante, per aumentare la temperatura di un fluido, vale:

$$q = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (3)$$

dove  $T_2$  e  $T_1$  sono le temperature alla fine e all'inizio del processo di riscaldamento, mentre  $c_p$  è il calore specifico. Se il riscaldamento del fluido avviene senza scambio di lavoro con l'esterno tutto il calore fornito va ad aumentare l'energia interna, ossia:

$$q = \Delta u = u_2 - u_1 \quad (4)$$

Dalle (2), (3), (4) si ottiene:

$$[h_2 - h_1]_{\substack{\text{riscaldamento a } p=\text{costante} \\ \text{di un fluido incompressibile}}} = u_2 - u_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (5)$$

Quest'ultima relazione viene utilizzata nei calcoli tecnici relativi al riscaldamento dei liquidi e anche dell'aria purché le variazioni di temperatura siano contenute entro poche decine di gradi. Applicando il PPSA ad un fluido monofase al quale viene fornito o sottratto calore, in base alla (5) si può scrivere:

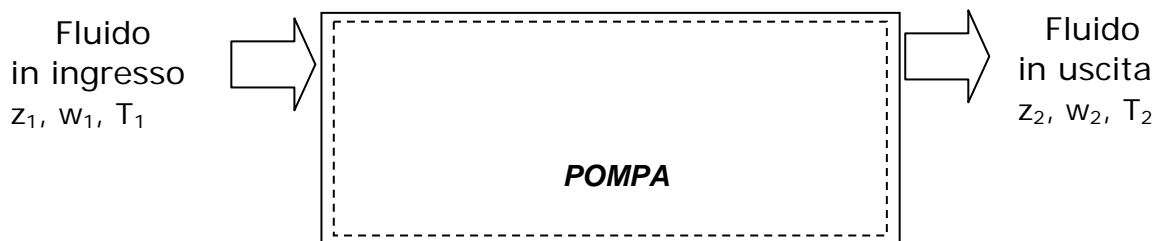
$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (6)$$

dove l'indice  $p$  del calore specifico ricorda che si deve operare a pressione costante perché siano valide la (2) e la (5). La (6) indica che il calore scambiato nell'unità di tempo ( $\dot{Q}$ ) attraverso la superficie di confine del sistema serve ad aumentare la temperatura del fluido che attraversa il sistema aperto con portata di massa  $G$ . Si noti che nel caso di cambiamento di fase, ad esempio ebollizione, è falsa l'ipotesi  $v=\text{costante}$ , pertanto non sono applicabili le (2), (3), (5), (6).

## A.2 Pompa in regime stazionario.

Il dispositivo utilizzato per la movimentazione di un liquido all'interno delle tubazioni viene chiamato pompa. Esso è in grado di fornire una sovrappressione che permette di vincere gli attriti lungo le tubazioni e di innalzare il liquido da una quota ad un'altra vincendo la gravità. Ci occupiamo qui del solo dispositivo pompa a se stante con alcune ipotesi semplificative, ma del tutto accettabili:

$$\begin{aligned} z_1 &= z_2 && \text{ingresso e uscita della pompa sono allo stesso livello; } (\Delta E_P = 0); \\ w_1 &= w_2 && \text{ingresso e uscita della pompa con diametro uguale; } (\Delta E_C = 0); \\ T_1 &= T_2 && \text{la pompa non scambia calore con il fluido.} \end{aligned}$$



Pertanto l'eq. del PPSA diventa:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad [\text{W}]$$

$$\text{essendo } \dot{Q} = 0 \text{ e } \begin{cases} L > 0 & (\text{lavoro compiuto dal sistema sull'ambiente esterno}) \\ L < 0 & (\text{lavoro compiuto dall'ambiente esterno sul sistema}) \end{cases}$$

Il salto entalpico ( $h_2-h_1$ ) in un fluido isoterma e non comprimibile, si può esprimere come segue:

$$h = u + pv$$

$$dh = du + v \cdot dp + p \cdot dv \quad \text{con} \quad \begin{cases} \Delta T = 0 \Rightarrow du = 0 \\ dv = 0 \Rightarrow p \cdot dv = 0 \end{cases}$$

ricordando che  $v = \frac{1}{\rho}$ , si ricava :

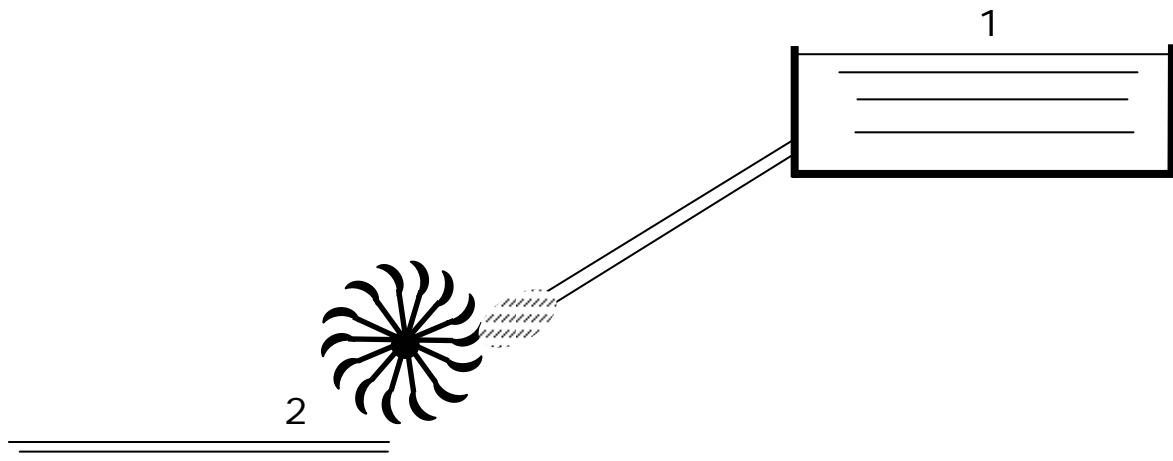
$$dh = v \cdot dp \Rightarrow h_2 - h_1 = \int_1^2 v \cdot dp = v \int_1^2 dp = v(p_2 - p_1) = \frac{p_2 - p_1}{\rho}$$

Sostituendo nell'espressione del PPSA, si ottiene :

$$|\dot{L}| = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \frac{\dot{m} \cdot (p_2 - p_1)}{\rho} \quad (|\dot{L}| = \text{potenza ceduta al fluido})$$

### A.3 Turbina idraulica in regime stazionario <<<

La turbina è una macchina in cui un asse, dotato di pale, viene mantenuto in movimento dall'azione dell'acqua (turbina idraulica) o del vapore (turbina a vapore) o del gas (turbina a gas). Le turbine idrauliche trovano il loro più importante utilizzo nelle centrali idroelettriche. Si ha un bacino idrico che attraverso una condotta (condotta forzata) scarica acqua sulla turbina. a seconda della differenza di quota tra il bacino e la turbina si parla di alta e bassa caduta. Esistono turbine ottimizzate per alte cadute – Pelton - e per basse cadute – Francis.



stabiliamo le sezioni di ingresso ed uscita del sistema aperto nel seguente modo:

*Sezione 1 = pelo dell'acqua del bacino idrico*

*Sezione 2 = uscita dalle pale della turbina ed ingresso in un secondo bacino*

Considerando una turbina ad alta caduta (Pelton) si avrà:

$$z_1 \gg z_2 \quad w_1 \approx 0 \quad t_1 = t_2 \quad p_1 = p_2 \quad v = \text{costante}$$

$$\dot{Q} = 0 ; \quad \dot{L} \neq 0 ; \quad \Delta E_p \neq 0 ; \quad \Delta U = 0 ; \quad \Delta H = 0$$

$$\dot{L} = -\dot{m} \cdot (\Delta e_p + \Delta e_c) = \dot{m} \cdot [g \cdot (z_1 - z_2) - w_2^2/2]$$

Si assume che  $\Delta H$  sia = 0 perché:  $\Delta U=0$ ,  $v=\text{cost.}$  e nella sezione di uscita il fluido è alla stessa pressione della sezione di entrata, ovvero, se non vi sono grandi dislivelli, alla pressione esercitata dall'atmosfera sul *pelo dell'acqua del bacino idrico* (ha esaurito la sovrappressione nel muovere la girante).

Poiché  $z_1 \gg z_2$ , risulta  $\dot{L} > 0$ , quindi il lavoro meccanico fornito dal sistema si ottiene a spese del salto di quota che subisce il fluido. La velocità residua all'uscita della girante deve essere ridotta al valore più basso compatibile con il corretto deflusso del fluido dalla macchina.

Se poniamo la sezione di uscita del sistema aperto prima della macchina ed applichiamo il PPSA, nella forma di Bernoulli, vediamo che tutta l'energia potenziale dell'acqua nel bacino si trasforma in energia cinetica all'uscita del condotto di adduzione dell'acqua alla turbina: La velocità di uscita del liquido dal condotto risulta:  $w_2 = \sqrt{2g(z_2 - z_1)}$ .

Considerando invece una turbina a caduta bassa Francis o Kaplan si avrà:

$$z_1 > z_2 \quad w_1 \approx 0 \quad t_1 = t_2 \quad p_1 > p_2 \quad v = \text{costante}$$

*Sezione 1 = pelo dell'acqua del bacino idrico*

*Sezione 2 = uscita dalle pale della turbina oppure dal tubo di scarico*

$$\dot{Q} = 0 ; \quad \dot{L} \neq 0 ; \quad \Delta e_p \neq 0 ; \quad \Delta u = 0 \text{ e } v = \text{cost} \quad \text{---} > \quad \Delta h = (p_2 - p_1) / \rho$$

$$\dot{L} = \dot{m} \cdot (-\Delta e_p - \Delta e_c - \Delta h) = \dot{m} \cdot [g \cdot (z_1 - z_2) - w_2^2/2 + (p_1 - p_2) / \rho]$$

Il salto ( $z_1 - z_2$ ) può ridursi fino ad alcuni metri, quindi la potenza sviluppata è grande se la portata è elevata.

La potenza cresce rapidamente se vengono ridotte la velocità e la pressione all'uscita della girante (di segno negativo nell'espressione del lavoro utile). Il secondo obiettivo si ottiene aggiungendo all'uscita della turbina un apposito tubo di scarico, a tenuta ermetica, di forma tronco-conica che termina sotto il pelo dell'acqua, detto *aspiratore*. La sua funzione è duplice:

- utilizza la caduta da girante a bacino per creare una pressione a valle della girante inferiore a quella atmosferica, che si avrebbe in assenza dell'aspiratore; le relazioni precedenti mostrano che lungo un tubo verticale a sezione costante la pressione cresce, poiché la pressione atmosferica si trova alla fine del tubo ne consegue che all'inizio la pressione è inferiore a quella atmosferica.
- riduce la velocità del fluido nello scarico (avendo una sezione crescente verso il basso) e in base alle relazioni precedenti l'energia cinetica recuperata dall'aspiratore si trasforma in una ulteriore depressione sullo scarico della turbina.

Quindi il lavoro meccanico fornito dal sistema è dovuto in parte al salto di quota che subisce il fluido ed in parte al salto di pressione creato dall'aspiratore.

#### A.4 Moto dei fluidi reali nei condotti

La presenza di attrito nei fluidi reali si rappresenta mediante il lavoro  $R$  che deve essere fornito al fluido per vincere le forze d'attrito e tutte le altre cause di irreversibilità. Tale termine, espresso come grandezza specifica,  $r = R/\Delta m$ , deve essere sommato a destra dell'equazione generale, poiché il lavoro fornito dalle forze esterne ( $-l_U$ ) deve bilanciare anche la dissipazione di energia cinetica dovuta alle forze interne dissipative che si oppongono al moto del fluido. Nel caso particolare delle macchine idrauliche che operano con i fluidi incompressibili si ottiene:

$$-l_U = v \cdot (p_2 - p_1) + (e_{C2} - e_{C1}) + (e_{P2} - e_{P1}) + r \quad (7)$$

lavoro fatto = energia assorbita + incremento + incremento + perdite per  
dalle forze esterne dal fluido energia cinetica energia potenziale irreversibilità

Se fluido si muove lungo un *condotto orizzontale avente sezione costante*, si può scrivere:

condotti orizzontali ( $z_2 = z_1$ ) da cui si ha  $(e_{P2} - e_{P1}) = 0$   
sezione di uscita uguale a quella d'ingresso ( $w_2 = w_1$ ) da cui si ha  $(e_{C2} - e_{C1}) = 0$   
assenza di macchine interne al sistema da cui si ha  $-l_{SC} = 0$

sotto queste ipotesi la (7) diventa:

$$r = v \cdot (p_1 - p_2)$$

posto  $v = 1/\rho$ , la caduta di pressione lungo il condotto:

$$p_1 - p_2 = \rho \cdot r \quad (8)$$

Per tutta la massa di fluido si ottiene:

$$R = V \cdot (p_1 - p_2)$$

dividendo per  $\Delta t$  si ottiene la potenza meccanica in [W] da fornire al fluido, in funzione della portata volumetrica in [m<sup>3</sup>/s] e della caduta di pressione in [Pa]:

$$\dot{R} = \dot{V} (p_1 - p_2) \quad (9)$$

L'ultima relazione permette di calcolare la potenza meccanica da fornire al fluido per spostarlo lungo un condotto, in funzione della portata volumica e della caduta di pressione fornita dalla (9); il termine  $r$  contenuto in quest'ultima sarà esplicitato nello studio dei fluidi reali.

## RESISTENZA DI ATTRITO NEL FLUIDO ENTRO CONDOTTI

NUMERO DI REYNOLDS (adimensionale):

$$Re = \frac{\rho \bar{w} D}{\mu} = \frac{\bar{w} D}{\nu}$$

dove la velocità media nella sezione vale  $G/A$  con  $A$  l'area bagnata.

PERDITA DI ENERGIA PER ATTRITO VISCOSO (formule di Darcy):

$$R = f \frac{\bar{w}^2}{2} \frac{L}{D} \quad \text{m} \quad [\text{Joule}]$$

$$r = \frac{R}{m} = f \frac{\bar{w}^2}{2} \frac{L}{D} \quad [\text{Joule/Kg}]$$

con  $f$  = fattore di attrito (adimensionale)  $f = \frac{64}{Re}$  (moto laminare)  
 $L$  = lunghezza del condotto  $f = \frac{0,18}{Re^{0,2}}$  (moto turbolento)  
 $D$  = diametro del condotto

PROPRIETÀ INTRINSECHE DEI FLUIDI		
Densità	Viscosità dinamica	Viscosità cinematica
$\rho = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\mu = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$\nu = \frac{\mu}{\rho} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
PROPRIETÀ DI ARIA E ACQUA		
Caratteristica	Aria	Acqua
$\rho$ (densità)	1,2 kg/m <sup>3</sup> (20°C)	≈1000 kg/m <sup>3</sup> (80°C)
$\nu$ (viscosità cinematica)	15·10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s (20°C)	0,50·10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s (80°C) 0,75·10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s (35°C)

# Applicazioni ed esempi per l'ambiente costruito

## 4a.1 - INTRODUZIONE

Come si è iniziato a vedere nel capitolo 4 nei Sistemi Aperti (SA) di interesse tecnico la massa che attraversa il contorno del sistema è un fluido che, in generale, è anche un mezzo per il trasporto di calore e lavoro che il sistema utilizza e/o trasforma. Applicando ad un SA il Principio di conservazione della massa (PCM) e il Primo Principio della termodinamica (PPT) nei SA, si può ottenere una prima analisi dei flussi di energia, calore, lavoro e massa che lo interessano. Nel campo della Fisica Tecnica Ambientale tre esempi di sistemi aperti di notevole interesse sono quelli costituiti da un Edificio, dal Corpo Umano e da un certo Territorio o Ambiente urbano.

- L'*Edificio* è un sistema di spazi la cui superficie di involucro è attraversata da calore e da diversi fluidi: l'aria (entra aria esterna pulita ed esce l'aria interna viziata); l'acqua per usi alimentari ed igienici che entra dalla rete idrica ed esce attraverso le tubazioni di scarico; i combustibili per il riscaldamento e l'aria di combustione che entrano attraverso appositi condotti ed escono dal camino sotto forma di gas combustibili. L'involucro edilizio è anche attraversato da condutture elettriche che vi immettono l'equivalente elettrico del lavoro meccanico speso per produrre l'energia elettrica.
- L'*Uomo* scambia con l'ambiente esterno calore e vapore attraverso la pelle; scambia lavoro con i corpi esterni tramite l'azione delle gambe e delle braccia, infine con gli apparati per la respirazione, per l'alimentazione, per l'escrezione, l'Uomo scambia con l'esterno calore, vapore, sostanze nutritive, prodotti di rifiuto.
- La *Città* può essere pensata come un sistema aperto che scambia calore e materia con l'Ambiente Naturale e Artificiale. L'interazione naturale è: l'apporto di energia solare, il raffreddamento per effetto dell'aria e del cielo, lo scambio con il terreno, l'apporto di acqua da fonte meteorica, dalle sorgenti, dai fiumi; l'interazione con l'Ambiente Artificiale è dovuta alle grandi quantità di calore e fluidi come acqua, vapore, combustibili, gas di scarico utilizzati o emessi dalle diverse attività attinenti la residenza ed il terziario, i trasporti terrestri ed i processi industriali. Inoltre un importante scambio di materia è dovuto all'afflusso di tutti i materiali necessari al settore delle costruzioni, all'Industria, agli usi alimentari, ecc.; ad esso corrispondono due importanti flussi uscenti dalla Città: i Rifiuti Solidi Urbani (raccolti ed avviati ai centri di trattamento) ed i Rifiuti Liquidi cioè le acque di drenaggio del territorio e le acque reflue cariche di inquinanti organici, che vengono convogliate dalla rete fognaria al centro di trattamento.

I principali processi che ricorrono negli Edifici e negli Impianti per l'Edilizia si possono suddividere in base ad una classificazione funzionale. Gli esempi che seguono mettono in evidenza come si possa scomporre un sistema complesso in funzioni elementari e quindi analizzarne gli aspetti energetici, applicando il PPT ai sistemi aperti elementari.

**Produzione di lavoro meccanico:** è un'interazione complessa che ha lo scopo di realizzare la conversione in lavoro delle diverse forme di energia (potenziale, cinetica, termica, chimica, ecc. Si tratta di processi realizzati tramite macchine, anche molto antiche, come: le turbine idrauliche, la turbina a vapore d'acqua o a gas, i motori a combustione interna o esterna, le macchine eoliche, ecc.

**Generazione del calore:** è un processo utilizzato per la produzione del calore da immettere nell'impianto; nel caso più semplice il calore si ottiene con la reazione di combustione tra due sostanze, un combustibile e l'aria, che avviene in una macchina denominata generatore di calore o caldaia.

**Riscaldamento o raffreddamento di fluidi:** è l'effetto di uno scambio di calore tra due fluidi, realizzato tramite un componente chiamato scambiatore; questo è utilizzato per aumentare/diminuire la temperatura di una sostanza solida o fluida; nel secondo caso il fluido può essere utilizzato direttamente (acqua calda per usi igienico-sanitari, aria del locale da climatizzare, ecc.) o indirettamente (fluidi termovettori, cioè destinati al trasporto del calore dal punto di generazione al punto di utilizzazione)

**Trasporto di lavoro mediante un fluido:** è l'effetto dello scambio di lavoro tra un fluido ed organi meccanici che applicano una pressione al fluido per spostarlo lungo canali, tubi, condotti che collegano il generatore di lavoro con l'utilizzatore meccanico. A questo scopo si utilizzano macchine diverse: il compressore se lo scopo primario è aumentare la pressione del fluido in modo che esso possa trasportare il lavoro a distanza, come nelle reti destinate ad azionare utensili ad aria compressa; la pompa ( per i liquidi) o il ventilatore (per gli aeriformi) se lo scopo primario è fornire lavoro al fluido per movimentarlo lungo una rete di distribuzione (acquedotti, circuiti impiantistici, ecc).

**Trasporto di calore mediante un fluido:** in questo caso il fluido riceve calore da un generatore e lo trasporta a distanza tramite una rete ed infine lo cede, tramite uno scambiatore, ad un secondo fluido. Tramite questo doppio scambio il fluido svolge la funzione di "vettore" del calore tra punti molto distanti collegati da una rete di distribuzione.

**Macchine ed impianti:** sono sistemi composti da uno o più processi elementari tra quelli sopra descritti. Applicando il PCM e PPT si possono studiare anche le macchine e i dispositivi utilizzati negli impianti tecnici. Essi sono spesso poi separabili in più S.A. elementari, ad esempio: un impianto di riscaldamento ad acqua calda è formato da: una caldaia, una pompa, alcuni radiatori ed una rete per il trasporto del fluido caldo dalla caldaia ai radiatori.

In una caldaia avviene sia la combustione che il riscaldamento di un fluido e quindi si può pensare composta da un bruciatore (nel quale avviene la combustione) e uno scambiatore (che trasmette il calore al fluido termovettore).

In un frigorifero, del tipo a compressione, avvengono scambi di lavoro (compressore) e di calore (batterie di scambio termico).

In un motore a scoppio l'espansione dei gas combusti agisce sul pistone e produce il lavoro meccanico, successivamente questi gas devono essere scaricati all'esterno (problema di trasporto di un fluido) inoltre tutti gli organi meccanici devono essere raffreddati, affinché la resistenza alle sollecitazioni meccaniche si mantenga elevata, pertanto è necessario anche un



sistema di scambio di calore che, tramite un fluido intermedio (acqua) spinto da una pompa, trasporta il calore dagli organi interni del motore allo scambiatore con l'esterno (radiatore). In questo capitolo analizzeremo nel dettaglio alcuni sistemi aperti elementari e di notevole interesse tecnico, proponendo una procedura per lo studio di questo tipo di sistemi di validità generale, anche con sistemi più complessi.

### Scheda 4.1

## LA PORTATA

La portata è la grandezza che caratterizza il flusso di materia nel moto dei fluidi e quindi contribuisce a determinare gli scambi di calore e lavoro nei sistemi aperti.

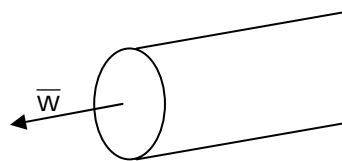
Per introdurre il concetto di portata, consideriamo un fluido che scorre all'interno di un condotto; in generale la forma della sezione può essere qualsiasi ed il condotto in generale può non essere riempito completamente dal fluido; le sezioni più comuni hanno forma circolare, quadrata, rettangolare e se il condotto è in pressione rispetto all'esterno il fluido occupa l'intera sezione.

Detta  $S$  la sezione occupata dal fluido, avente area  $A$  [m<sup>2</sup>] misurata sul piano normale alla direzione del moto. Si definiscono due grandezze diverse:

$\dot{V} = dV/d\tau$  : portata volumetrica, è il volume di fluido che transita, nell'unità di tempo, attraverso la sezione  $S$  di un tubo o condotto; si misura in [m<sup>3</sup>/s].

$\dot{m} = dm/d\tau$  : portata di massa, e' la massa di fluido che transita, nell'unità di tempo, attraverso la sezione  $S$  di un tubo o condotto; si misura in [kg/s]. Si indica anche con il simbolo  $G$ .

Le portate si calcolano in base al volume  $\Delta V$  o la massa  $\Delta m = \rho \cdot \Delta V$  che attraversa la sezione retta  $S$  occupata dal fluido. Poiché il profilo della velocità varia dal valore zero (a contatto con la parete) ad un valore massimo (al centro del condotto) si considera il valore medio, indicato con  $\bar{w}$  [m/s], di tale grandezza su tutta la sezione attraversata dal fluido.



$\bar{w}$  = velocità media  
nella sezione  $S$

Considerato un intervallo di tempo  $\Delta\tau$  [s], una particella di fluido, che si muove alla velocità media  $\bar{w}$ , percorre durante tale l'intervallo di tempo lo spazio  $\Delta x = \bar{w} \Delta\tau$  e quindi il volume di fluido che attraversa la sezione  $S$  durante il tempo  $\Delta\tau$  vale  $\Delta V = A \cdot \Delta x = A \cdot \bar{w} \Delta\tau$ , pertanto si ottiene:

$$\dot{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta \tau} = \bar{w} \quad A$$

$$G = \dot{m} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta \tau}$$

$$G = \rho \dot{V}$$

### Scheda 4.2

## SINTESI DELLE EQUAZIONI RICORRENTI

### PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI CHIUSI

$$Q - L = (E_{C2} - E_{C1}) + (E_{P2} - E_{P1}) + (U_2 - U_1)$$

calore assorbito - lavoro fatto = incremento energia cinetica + incremento energia potenziale + incremento energia interna

### PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI

$$Q - L = (E_{C2} - E_{C1}) + (E_{P2} - E_{P1}) + (H_2 - H_1)$$

calore ass. - lavoro utile = incremento energia cinetica + incremento energia potenziale + incremento entalpia fluido

### EQUAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$$-l_u = (e_{C2} - e_{C1}) + (e_{P2} - e_{P1}) + \int_1^2 v \cdot dp$$

lavoro eseguito  
sul fluido dalle forze esterne

### EQUAZIONE DI BERNOULLI

$$-l_u = (e_{C2} - e_{C1}) + (e_{P2} - e_{P1}) + v \cdot (p_2 - p_1)$$

avoro eseguito  
sul fluido dalle forze esterne

**Scheda 4.2****Sistemi Aperti Elementari****Caldaia**

$$t_1 \neq t_2 \quad p_1 = p_2 \quad v = \text{costante}$$

$$\dot{Q} \neq 0 ; \quad \dot{L} = 0 ; \quad \Delta E_C = 0 ; \quad \Delta E_P = 0$$

$$\dot{Q} = G(h_2 - h_1)$$

Per un fluido monofase ( $dv=0$ ):  $h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1)$

quindi:  $\dot{Q} = G \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$

**Pompa/Ventilatore**

$$t_1 = t_2 \quad p_1 \neq p_2 \quad v = \text{costante}$$

$$\dot{Q} = 0 ; \quad \dot{L} \neq 0 ; \quad \Delta E_C = 0 ; \quad \Delta E_P = 0; \quad -\dot{L} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad \dot{L} = \dot{m} \cdot (h_1 - h_2)$$

Per un fluido monofase (acqua e aria;  $dv=0$ ;  $du=0$  poichè  $t_1 = t_2$ ):  $\Delta h = v \cdot \Delta p$

$$h_1 - h_2 = v(p_1 - p_2) = \frac{(p_1 - p_2)}{\rho}$$

quindi:

$$\dot{L} = \dot{m} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

Poichè  $p_2 > p_1$ , risulta  $\dot{L} < 0$ , quindi bisogna fornire lavoro meccanico al sistema per aumentare la pressione del fluido.

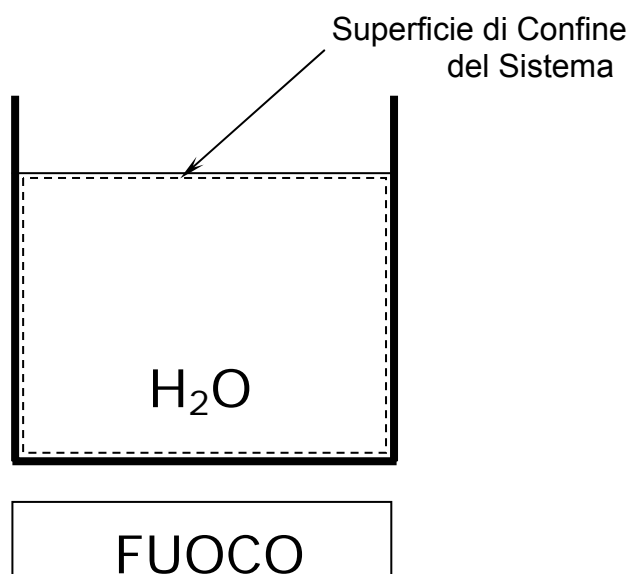
## 4a.2 Esempi numerici

### ESEMPIO N° 1. <<<

#### Riscaldamento di un liquido in un serbatoio adiabatico.

Un serbatoio chiuso contiene 100 litri di acqua, allo stato liquido, che viene riscaldata da 10°C a 50°C in 30 minuti primi. Si vuole:

- A- identificare il sistema fisico, definire le funzioni svolte, le energie presenti e gli scambi con l'ambiente esterno;
- B- determinare la potenza termica da fornire;
- C- descrivere qualitativamente l'andamento temporale della temperatura del liquido.



A1) Identificazione del sistema: la superficie di contorno, segnata col tratteggio nella figura, è chiusa e racchiude il fluido da scaldare.

A2) Tipo di sistema: è chiuso perché il confine non viene attraversato dal fluido.

A3) Funzione svolta dal sistema:

- non scambia lavoro meccanico con l'ambiente esterno (A.E.)
- scambia calore con A.E.
- non cambia la sua posizione
- non cambia la sua velocità
- non possiede energia elastica, chimica, elettrostatica, ecc.

$$\begin{aligned}
 L &= 0 \\
 Q &\neq 0 \\
 \Delta E_p &= 0 \\
 \Delta E_k &= 0 \\
 \Delta E_{VARIE} &= 0.
 \end{aligned}$$

L'applicazione del Primo Principio, tenuto conto delle ipotesi precedenti, fornisce la relazione:

$$Q = \Delta U$$

Questa scrittura simbolica significa: *il calore scambiato attraverso la superficie di confine del sistema equivale numericamente alla variazione di energia interna del sistema*. Inoltre, nel caso specifico, in base alla Calorimetria possiamo scrivere:

$$\Delta U = Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)$$

B)- Il calore fornito da una sorgente (ad esempio una fiamma) incrementa l'energia interna del fluido; per effetto di tale scambio la temperatura dell'acqua cresce nel tempo dal valore iniziale  $T_1$  al valore finale  $T_2$ . In ogni intervallo di tempo  $\Delta\tau$  la temperatura cresce di  $\Delta T$  e la potenza termica scambiata risulta:

$$\dot{Q} = m \cdot c \cdot \Delta T / \Delta\tau$$

Con i dati dell'esempio ( $m=100$  kg;  $c=4187$  J/(kg°C);  $\Delta\tau = 30 \cdot 60$  s = 1800 s;  $\Delta T=50-10=40$  °C ) si ottiene:

$$\dot{Q} = 100 \cdot 4187 \cdot 40 / 1800 = 9,3 \text{ kW}$$

C)- l'andamento di  $T(\tau)$  si ricava, in ogni intervallo  $\Delta\tau$ , dall'espressione:

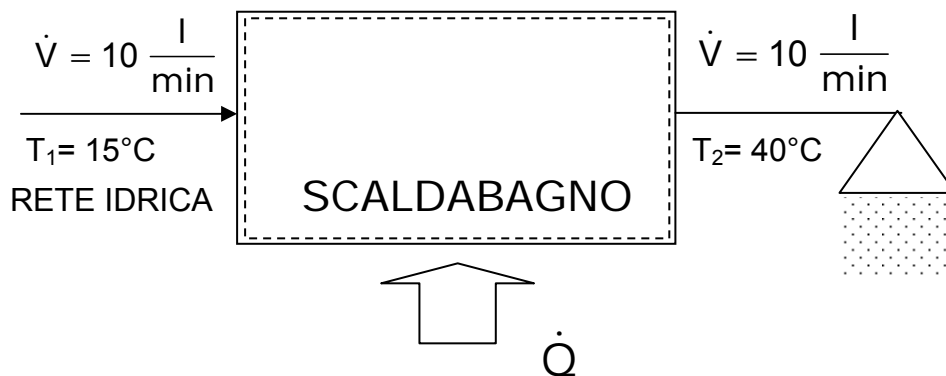
$$\Delta T = T(\tau + \Delta\tau) - T(\tau) = \dot{Q} \Delta\tau / (m \cdot c) = Q / (m \cdot c)$$

se consideriamo il caso di flusso  $\dot{Q}$  costante nel tempo, l'andamento di  $T(\tau)$  risulta lineare e la sua pendenza è data da  $\dot{Q} / (m \cdot c)$ ; ciò significa che  $T$  cresce nel tempo se  $\dot{Q}$  è positivo (calore fornito al fluido) mentre diminuisce nel tempo se  $\dot{Q}$  è negativo (calore sottratto al fluido)

## ESEMPIO N° 2 <<<

### Riscaldamento dell'acqua per alimentare una doccia.

Si vuole calcolare la potenza termica  $\dot{Q}$  necessaria per riscaldare una portata d'acqua di 10 litri al minuto con temperatura di ingresso di 15 °C e 40 °C all'uscita.



$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} \quad \dot{m} = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{10}{60} \text{ l/s} \cdot \frac{1}{1000} \text{ m}^3/\text{l} = \frac{1}{6} \text{ kg/s} = 0,17 \text{ kg/s}$$

Calore specifico dell'acqua ( $c_L$ ):  $c_L = 1 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C} = 4187 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$

$$\dot{Q} = \frac{1}{6} \cdot 4187 \cdot (40 - 15) = \frac{25}{6} \cdot 4187 \cong 17000 \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \text{K} = \text{W} \right] = 17 \text{ [kW]}$$

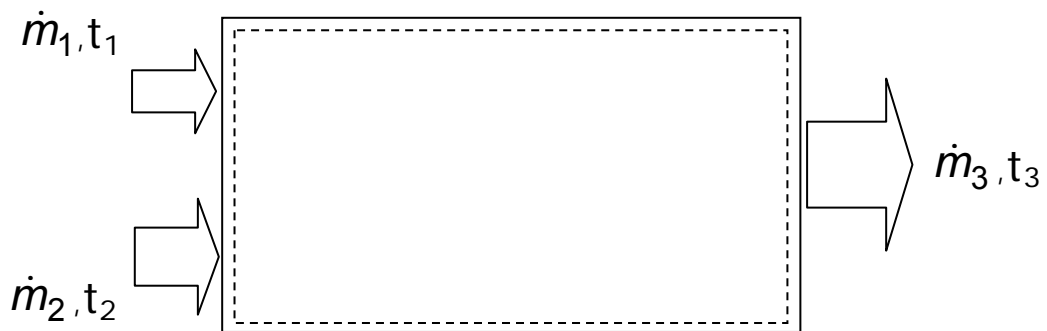
Se si moltiplica per 0,86 si ottiene circa 15000 kcal/h, potenza espressa in unità del Sistema Tecnico di misura.

### ESEMPIO N° 3/a – (non conoscendo ancora i gas perfetti).

#### Sistema aperto con due correnti miscelate

In un condotto **termicamente isolato (miscelatore)**, si mescolano due correnti di aria secca aventi le seguenti caratteristiche:

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 &= 635 \text{ kg/h} & \dot{m}_2 &= 840 \text{ kg/h} \\ t_1 &= 5^\circ\text{C} & t_2 &= 20^\circ\text{C} \\ c_p &= 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$



Inoltre l'asse del condotto è orizzontale e si può ritenere che le velocità nei due ingressi e nell'uscita siano uguali. Calcolare:

- la temperatura del fluido uscente dal sistema, considerato adiabatico verso l'esterno;
- la potenza termica da fornire al fluido per ottenere all'uscita la temperatura di  $35^\circ\text{C}$ .

Si tratta di un sistema aperto in regime stazionario per il quale valgono le seguenti ipotesi:

$$z_1 = z_2 = z_3 \quad ; \quad w_1 = w_2 = w_3 \quad ; \quad \dot{L} = 0 \quad ; \quad p = \text{costante} \quad ; \quad v = \text{costante}$$

nel caso a :  $\dot{Q} = 0$

nel caso b :  $\dot{Q} \neq 0$

Applicando l'equazione di continuità si ottiene:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad \rho_1 \dot{V}_1 + \rho_2 \dot{V}_2 = \rho_3 \dot{V}_3$$

a) Applicando il Primo Principio ad un sistema con due ingressi ed una uscita si ottiene:

$$\dot{m}_1 \left[ \frac{w_3^2 - w_1^2}{2} + g(z_3 - z_1) + (h_3 - h_1) \right] + \dot{m}_2 \left[ \frac{w_3^2 - w_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + (h_3 - h_2) \right] = \dot{Q} - \dot{L}$$

Essendo:  $z_1 = z_2 = z_3$  ;  $w_1 = w_2 = w_3$  ;  $\dot{Q} = 0$  ;  $\dot{L} = 0$  ; risulta:

$$\dot{m}_1 (h_3 - h_1) + \dot{m}_2 (h_3 - h_2) = 0 \quad (10)$$

per un gas perfetto a pressione costante è  $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$ , quindi si ottiene:

$$\dot{m}_1 \cdot c_p (t_3 - t_1) = \dot{m}_2 \cdot c_p (t_2 - t_3)$$

$$\dot{m}_1 \cdot c_p \cdot t_3 + \dot{m}_2 \cdot c_p \cdot t_3 = \dot{m}_1 \cdot c_p \cdot t_1 + \dot{m}_2 \cdot c_p \cdot t_2$$

$$t_3 = \frac{\dot{m}_1 t_1 + \dot{m}_2 t_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} = 13,54^\circ\text{C}$$

NB. Per il fluido aria alla pressione atmosferica (considerato un gas perfetto) nelle condizioni 1 e 2 si sono assunti (calcolati) i seguenti valori della densità:

$$\rho_1 = 1,27 \text{ [kg / m}^3\text{]} \quad \rho_2 = 1,20 \text{ [kg / m}^3\text{]}$$

b) Per rispondere al quesito b) si riscrive il bilancio (10) ricordando che ora la temperatura di uscita dev'essere  $t_3 = 35^\circ\text{C}$  ed inoltre che vi è una potenza  $\dot{Q} \neq 0$  :

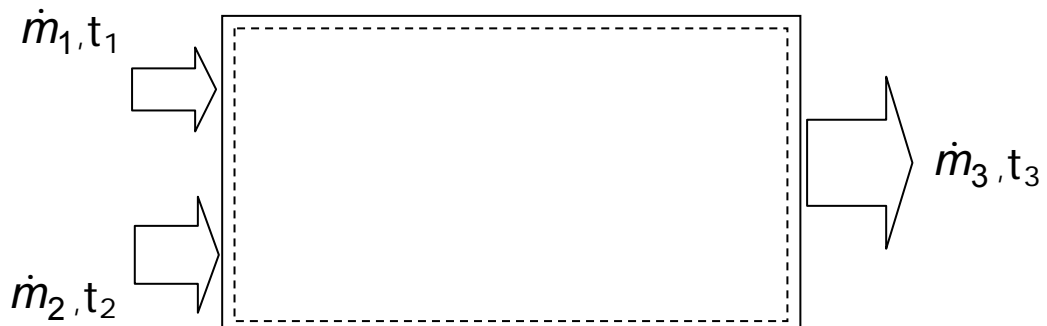
$$\dot{m}_1 \cdot c_p (t_3 - t_1) + \dot{m}_2 \cdot c_p (t_3 - t_2) = \dot{Q}$$

$$\frac{635}{3600} \cdot 1000 \cdot (35 - 5) + \frac{840}{3600} \cdot 1000 \cdot (35 - 20) = \dot{Q} = 8800 \text{ [W]} = 8,8 \text{ [kW]}$$

**ESEMPIO N° 3****Sistema aperto con due correnti miscelate**

In un condotto termicamente isolato, si mescolano due correnti di aria secca aventi le seguenti caratteristiche:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 500 \text{ m}^3 / \text{h} & \dot{V}_2 &= 700 \text{ m}^3 / \text{h} \\ t_1 &= 5^\circ\text{C} & t_2 &= 20^\circ\text{C} \\ c_p &= 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$



Inoltre l'asse del condotto è orizzontale e si può ritenere che le velocità nei due ingressi e nell'uscita siano uguali. Calcolare:

- la temperatura del fluido uscente dal sistema, considerato adiabatico verso l'esterno;
- la potenza termica da fornire al fluido per ottenere all'uscita la temperatura di  $35^\circ\text{C}$ .

Si tratta di un sistema aperto in regime stazionario per il quale valgono le seguenti ipotesi:

il fluido si può considerare un gas perfetto;

$$z_1 = z_2 = z_3 \quad ; \quad w_1 = w_2 = w_3 \quad ; \quad \dot{L} = 0 \quad ; \quad p = \text{costante} \quad ; \quad v = \text{costante}$$

$$\text{caso a : } \dot{Q} = 0$$

$$\text{caso b : } \dot{Q} \neq 0$$

Applicando l'equazione di continuità si ottiene:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad \rho_1 \dot{V}_1 + \rho_2 \dot{V}_2 = \rho_3 \dot{V}_3$$

Applicando il Primo Principio ad un sistema con due ingressi ed una uscita si ottiene:

$$\dot{m}_1 \left[ \frac{w_3^2 - w_1^2}{2} + g(z_3 - z_1) + (h_3 - h_1) \right] + \dot{m}_2 \left[ \frac{w_3^2 - w_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + (h_3 - h_2) \right] = \dot{Q} - \dot{L}$$



Essendo:  $z_1 = z_2 = z_3$  ;  $w_1 = w_2 = w_3$  ;  $\dot{Q} = 0$  ;  $\dot{L} = 0$  ; risulta:

$$\dot{m}_1(h_3 - h_1) + \dot{m}_2(h_3 - h_2) = 0 \quad (10)$$

per un gas perfetto a pressione costante è  $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$ , quindi si ottiene:

$$\dot{m}_1 \cdot c_p (t_3 - t_1) = \dot{m}_2 \cdot c_p (t_2 - t_3)$$

$$t_3 = \frac{\dot{m}_1 t_1 + \dot{m}_2 t_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} = \frac{\rho_1 \dot{V}_1 t_1 + \rho_2 \dot{V}_2 t_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \cong 13,5^\circ\text{C}$$

Il valore della densità  $\rho$  si calcola, ricordando che  $\rho = 1/v$ , mediante l'equazione di stato dei gas perfetti ( $p v = R T$ ), dalla quale si ottiene:

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T}$$

Se la pressione è quella atmosferica standard, pari a 101325 [Pa], si ha:

$$R = \frac{R_0}{m_a} = \frac{8314}{29}, \text{ quindi si ottiene: } \rho = \frac{1}{T} \cdot \frac{101325}{8314/29} \cong \frac{353}{T}$$

$$\rho_1 = \frac{353}{273+5} = 1,27 \text{ [kg/m}^3\text{]} \quad \rho_2 = \frac{353}{273+20} = 1,20 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

Per rispondere al quesito b) si riscrive il bilancio (10) ricordando che ora la temperatura di uscita è  $t_3 = 35^\circ\text{C}$  ed inoltre che vi è una potenza  $\dot{Q} \neq 0$  :

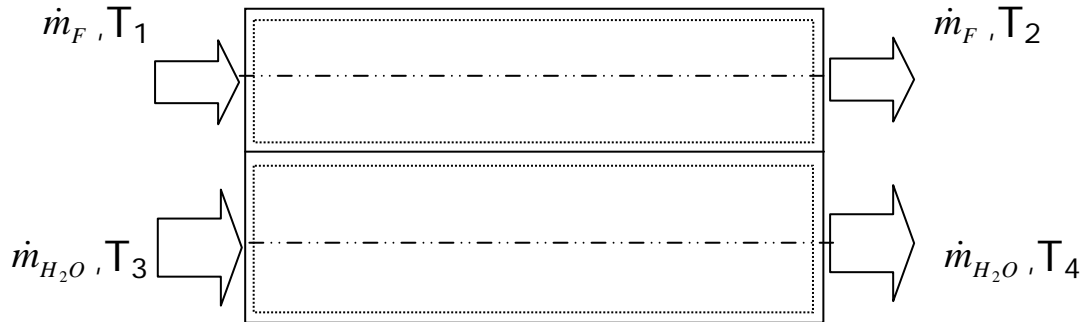
$$\dot{m}_1 \cdot c_p (t_3 - t_1) + \dot{m}_2 \cdot c_p (t_3 - t_2) = \dot{Q}$$

$$\rho_1 \dot{V}_1 \cdot c_p (t_3 - t_1) + \rho_2 \dot{V}_2 \cdot c_p (t_3 - t_2) = \dot{Q}$$

$$1,27 \cdot \frac{500}{3600} \cdot 1000 \cdot (35 - 5) + 1,2 \cdot \frac{700}{3600} \cdot 1000 \cdot (35 - 20) = \dot{Q} = 8800 \text{ [W]} = 8,8 \text{ [kW]}$$

**ESEMPIO N° 4 <<<****Sistema aperto con due correnti fluide distinte (scambiatore di calore).**

Attraverso uno scambiatore di calore (il condensatore di una macchina frigorifera) passano 1500 kg/h di gas Freon entrante allo stato di vapore con  $h_1 = 137 \text{ kcal/kg}$  ed uscente allo stato liquido  $h_2 = 100 \text{ kcal/kg}$ . Una seconda corrente fluida scambia calore con la prima attraverso una superficie che impedisce la miscelazione di due fluidi.



Se il secondo fluido è acqua, si calcoli la portata necessaria ad asportare il calore ceduto dal Freon nell'ipotesi che la temperatura dell'acqua in ingresso sia 15°C e quella di uscita sia 25°C.

Nell'eq. del Primo Principio compaiono le portate delle due correnti fluide distinte (tratteggio sottile), ognuna con le sue variazioni di energia potenziale, cinetica e di entalpia:

$$\dot{m}_F \left[ \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + (h_2 - h_1) \right]_F + \dot{m}_H \left[ \frac{w_4^2 - w_3^2}{2} + g(z_4 - z_3) + (h_4 - h_3) \right]_{H_2O} = \dot{Q} - \dot{L}$$

Si possono applicare le seguenti ipotesi semplificative:

$$\begin{aligned} [z_1 = z_2]_F & ; & [z_3 = z_4]_{H_2O} \\ [w_1 = w_2]_F & ; & [w_3 = w_4]_{H_2O} \end{aligned}$$

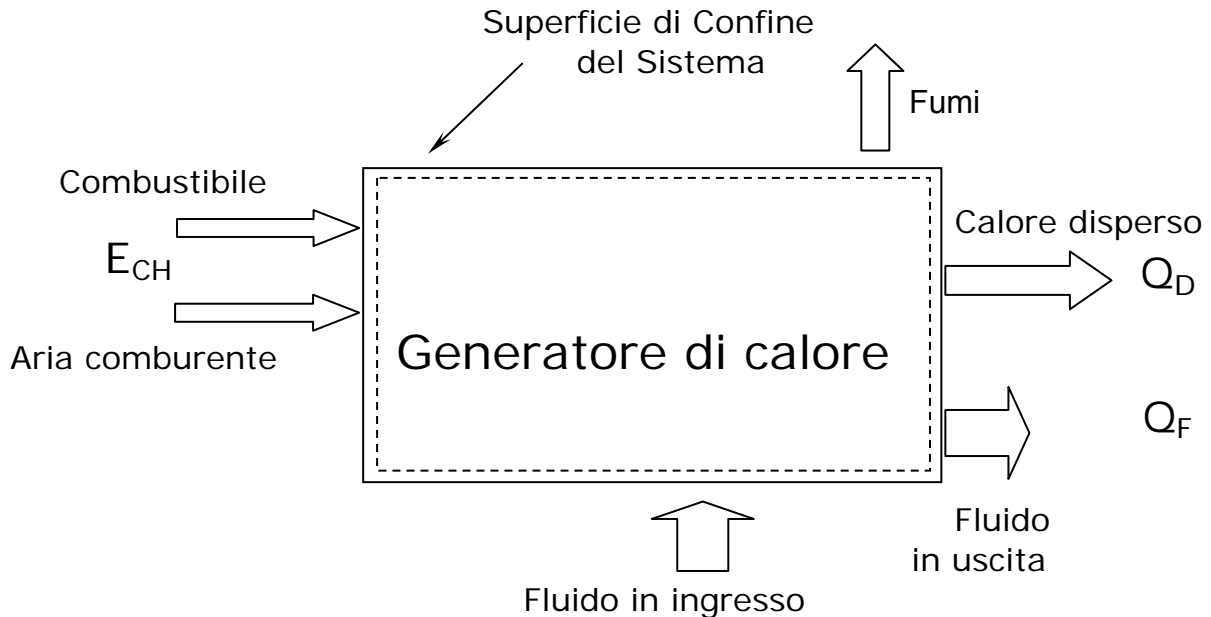
$$\dot{L} = 0$$

$\dot{Q} = 0$  : è nullo il calore scambiato con l'esterno, ma non quello scambiato tra i due fluidi

Quindi i termini  $\Delta e_C = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$ ;  $\Delta e_P = g(z_2 - z_1)$  diventano nulli per entrambi i fluidi, e l'equazione generale si riduce a:

$$\begin{aligned} \dot{m}_F (h_2 - h_1) + \dot{m}_{H_2O} (h_4 - h_3) &= 0 \\ 1500 \cdot (100 - 137) + \dot{m}_{H_2O} \cdot (25 - 15) \cdot 1 &= 0 \\ [\text{kg/h}] [\text{kcal/kg}] + [\text{kg/h}] [^\circ\text{C}] \left[ \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right] \end{aligned}$$

da cui: 
$$\dot{m}_{H_2O} = \frac{1500 \cdot 37}{25 - 15} = 5550 \text{ kg/h}$$

**ESEMPIO N° 5****Analisi energetica di un generatore di calore.**

**Funzione:** il generatore di calore brucia un combustibile, cioè lo trasforma in calore e scambia il calore prodotto con un fluido destinato a trasportare tale calore a distanza, cioè agli utilizzatori (per esempio i corpi scaldanti). Se si considera come sistema il generatore, il suo involucro è attraversato da tre tipi di fluidi:

- il fluido da riscaldare, che entra ed esce dal generatore;
- il combustibile, che entra nel generatore;
- i prodotti della combustione, che escono dal generatore e vanno al camino.

**Bilancio energetico:**

$E_{CH}$  : energia entrante, energia chimica contenuta nel combustibile;

$Q_D$  : calore uscente, trasmesso attraverso la superficie SC dell'involucro;

$Q_F$  : calore contenuto nei fumi;

$Q_{FLUIDO}$  : calore scambiato con il fluido che attraversa il sistema che è di tipo aperto;

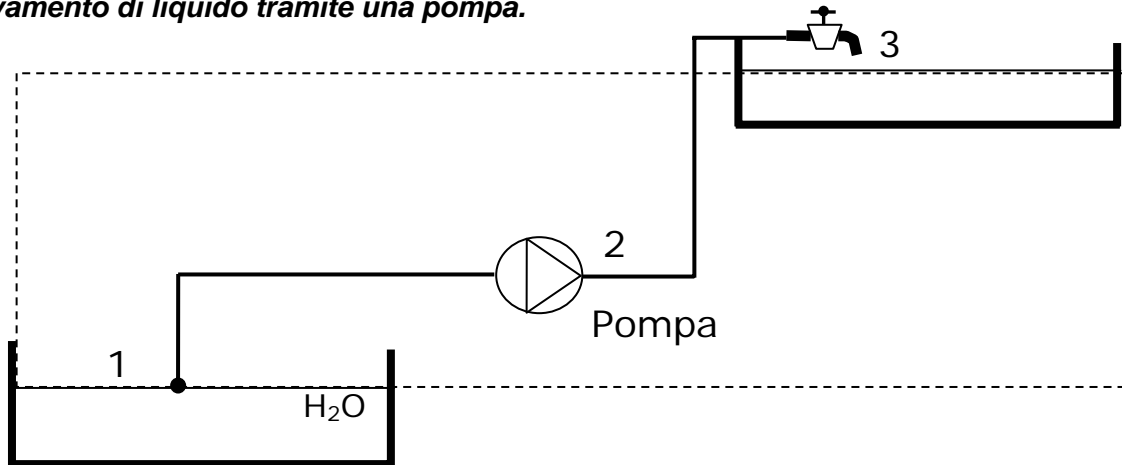
Dal Primo Principio si ottiene:  $E_{CH} = Q_D + Q_F + Q_{FLUIDO}$

$Q_D$ ,  $Q_F$  : sono frazioni del calore ricavato dalla combustione che non vengono trasferite al fluido che attraversa il generatore e che quindi vengono definite "calore perso". L'indice di bontà del processo e della macchina che lo realizza si chiama "rendimento di conversione energetica" ed è dato dalla espressione:

$$\eta = \frac{\text{calore utile}}{\text{energia fornita}} = \frac{Q_{FLUIDO}}{E_{CH}}$$

Considerando il sistema formato solo dal fluido riscaldato si può porre:  $L=0$ ;  $\Delta E_C=0$ ;  $\Delta E_P=0$

e si ricava, come visto nella (6):  $\dot{Q}_{FLUIDO} = \dot{m} \cdot (h_U - h_I) = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_U - T_I)$

**ESEMPIO N° 6 <<<****Sollevamento di liquido tramite una pompa.**

Nel punto 1 (prima della pompa) il livello è  $z_1=0$  e la pressione è quella atmosferica  $p_1=1\text{atm}$ .  
 Nel punto 2 (dopo la pompa) il livello è  $z_2= z_1$  e la pressione  $p_2$  è dovuta all'effetto della colonna d'acqua alta  $z_3 - z_1 = 33$  metri (3 atm) più la pressione atmosferica  $p_3$  agente su tale colonna.  
 Nel punto 3 (uscita rubinetto) il livello è  $z_3=33\text{m}$  e la pressione è quella atmosferica  $p_3=1\text{atm}$ .  
 La portata  $G$  è pari a  $10\text{ l/min}=10/60\text{ kg/s}$  e la differenza di pressione tra ingresso e uscita della pompa è  $p_2-p_1=(3+1)-1=3\text{ atm}$ . Per l'acqua  $\rho=1000\text{kg/m}^3$ ;  $1\text{atm}=1\text{kg/cm}^2 =101325\text{ Pa}$ ; pertanto la potenza ceduta al fluido dalla girante della pompa, vale:

$$-\dot{L} = \dot{m} \cdot v \cdot (p_3 - p_2) = \dot{m} \cdot \frac{(p_3 - p_2)}{\rho} \rightarrow \dot{L} = \dot{m} \cdot \frac{(p_2 - p_3)}{\rho}$$

$$|\dot{L}| = \dot{m} \cdot \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{10}{60} \cdot \frac{3}{1000} \cdot 101325 \cong 51 [\text{W}]$$

Ma si può anche ragionare nel seguente modo, semplificando l'eq. del primo principio:

$$\dot{m} \cdot \Delta e_p = -\dot{L}$$

$$\dot{m} \cdot g \cdot (z_3 - z_2) = \dot{L} = \frac{10}{60} [\text{kg/s}] \cdot 9,81 [\text{m/s}^2] \cdot 33 [\text{m}] = 53,95 [\text{W}]$$

La potenza così calcolata è quella ceduta dalla girante al fluido e non comprende l'attrito fluido-condotto. Per calcolare la potenza da fornire al sistema di sollevamento motore-pompa bisogna tenere conto del fatto che la girante non riesce a trasferire al fluido tutta la potenza meccanica che viene fornita al suo asse dal motore. Inoltre il motore non riesce a convertire in potenza meccanica tutta la potenza elettrica che riceve (trasforma in calore una parte dell'energia assorbita); pertanto la potenza elettrica da fornire al motore vale:

$$P_{\text{ELETTRICA}} = \frac{|\dot{L}|}{\eta} \quad \text{con } \eta = \text{rendimento del gruppo motore/pompa}$$

Analizzando in dettaglio i diversi processi di conversione energetica, possiamo scrivere:

$$P_{FLUIDO} = |\dot{L}|$$

$$P_{MECCANICA} = \frac{P_{FLUIDO}}{\eta_I}$$

$$P_{ELETTRICA} = \frac{P_{MECCANICA}}{\eta_{EM}}$$

Per sistemi di pompaggio di bassa potenza i rendimenti tipici sono :

$$\begin{cases} \eta_I = \text{rendimento idraulico} = 0,50 \\ \eta_{EM} = \text{rendimento elettro - meccanico} = 0,70 \end{cases}$$

Pertanto, la potenza elettrica, da fornire al motore, vale :

$$P_{ELETTRICA} = \frac{1}{0,70} \cdot \frac{1}{0,50} \cdot 51 = 146 \text{ W}$$

### ESEMPIO N° 7.

#### **Moto dei fluidi lungo condotti in circuito chiuso.**

Un flusso d'acqua con portata volumica:  $\dot{V} = 1000 \text{ l/h}$  scorre in una tubazione, avente diametro  $D = 15 \text{ mm}$ , lunghezza  $L = 20 \text{ m}$ , rugosità assoluta  $\varepsilon = 150 \mu\text{m}$ . Calcolare il salto di pressione tra le estremità del condotto, nell'ipotesi che le resistenze concentrate siano costituite da 10 curve ad angolo retto aventi ciascuna coefficiente di perdita  $\beta = 1,25$ .

Nei circuiti chiusi, in regime stazionario, anche se il percorso non è orizzontale non vi è mai variazione di energia potenziale del fluido. Infatti considerate due sezioni di ingresso ed uscita contigue, ogni elemento del fluido percorre una traiettoria che ripassa per il punto di partenza e quindi, poiché l'energia potenziale è una grandezza di stato, il bilancio lungo il circuito chiuso è nullo. Se il diametro è costante, non vi è, in regime stazionario, alcuna variazione di velocità tra le estremità del condotto e quindi anche la variazione di energia cinetica è nulla.

Pertanto la pompa deve vincere le sole resistenze di attrito che dipendono dalla rugosità relativa e dal numero di Reynolds. Tali dati permettono di individuare, sul *Diagramma di Moody* il fattore di attrito,  $f$ , tra fluido e condotto.

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{150 \cdot 10^{-6}}{15 \cdot 10^{-3}} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$$

$$\bar{w} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{1000 \cdot 10^{-3}}{3600} \cdot \frac{4}{\pi \cdot 15^2 \cdot 10^{-6}} = \frac{1000}{225 \cdot 3,6 \cdot 0,785} = 1,57 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\bar{w}D}{\nu}$$

$$Re = \frac{1,57 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 47200 \quad (\text{adimensionale})$$

Dal diagramma di Moody si ricava il fattore di attrito:  $f = 0,039$  (adimensionale)

La caduta di pressione dovuta alle perdite distribuite si calcola con la relazione di Darcy:

$$\Delta p = f \cdot \rho \cdot \frac{\bar{w}^2}{2} \cdot \frac{L}{D} = 0,039 \cdot 1000 \cdot \frac{(1,57)^2}{2} \cdot \frac{10}{15 \cdot 10^{-3}} \cong 32,0 \text{ kPa}$$

La caduta di pressione dovuta alle perdite concentrate con  $\beta = 1,25$  è data da :

$$p_2 - p_1 = \beta \cdot \frac{\bar{w}^2}{2} \cdot \rho = 10 \cdot 1,25 \cdot \frac{(1,57)^2}{2} 1000 \cong 15,4 \text{ kPa}$$

Riassumendo :

$$p_2 - p_1 = f \cdot \frac{\bar{w}^2}{2} \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho + \beta \cdot \frac{\bar{w}^2}{2} \cdot \rho = 32,0 + 15,4 = 47,4 \text{ kPa}$$

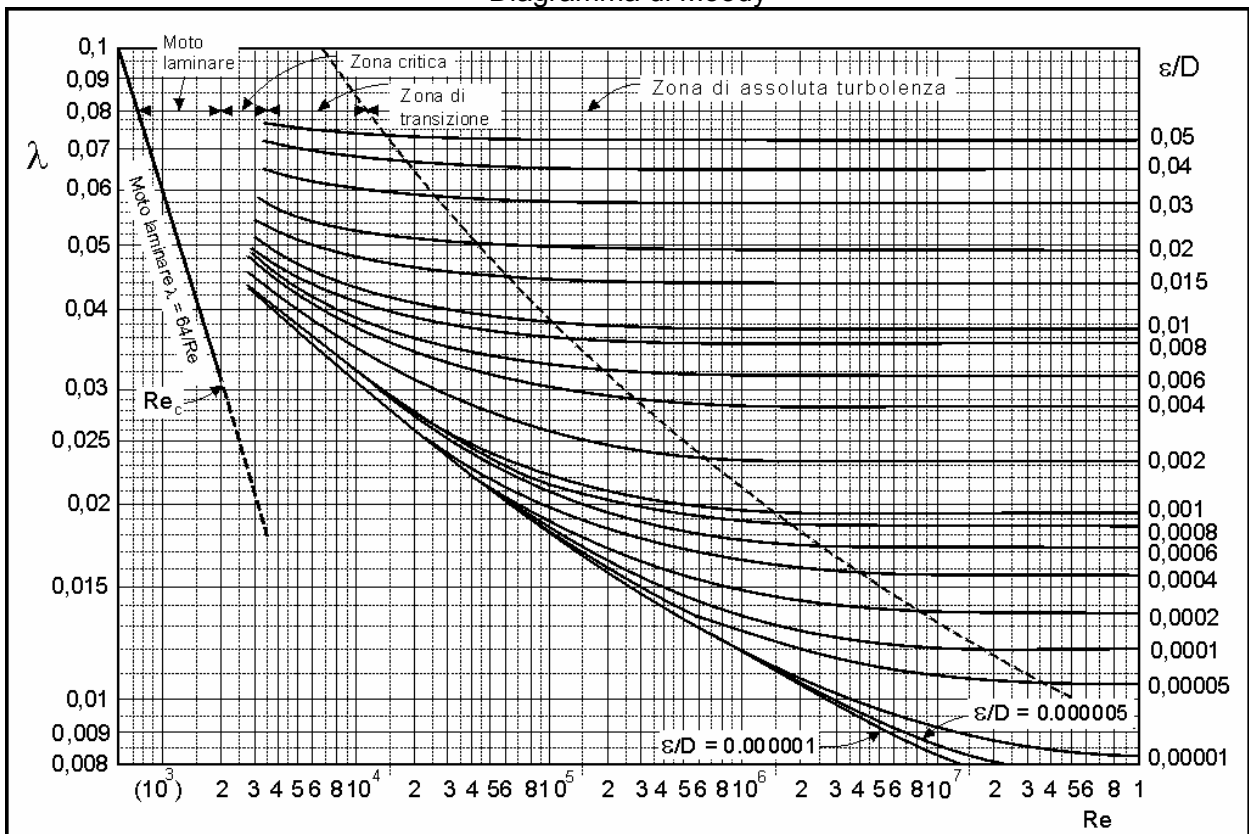
perdite distribuite + perdite concentrate

$$\dot{m} = 1000 \text{ l/h} = 1000 \text{ kg/h} = \frac{1000}{3600} \text{ kg/s}$$

$$\text{Potenza al fluido} = \frac{L}{\tau} = \frac{\Delta p \cdot G}{\rho} = \frac{47400 [\text{Pa}] \cdot (1000/3600) [\text{kg/s}]}{1000 [\text{kg/m}^3]} = 13,2 \text{ W}$$

La potenza ceduta al fluido prescinde dal rendimento idraulico della pompa e dal rendimento elettro-meccanico del motore che muove la pompa.

Diagramma di Moody

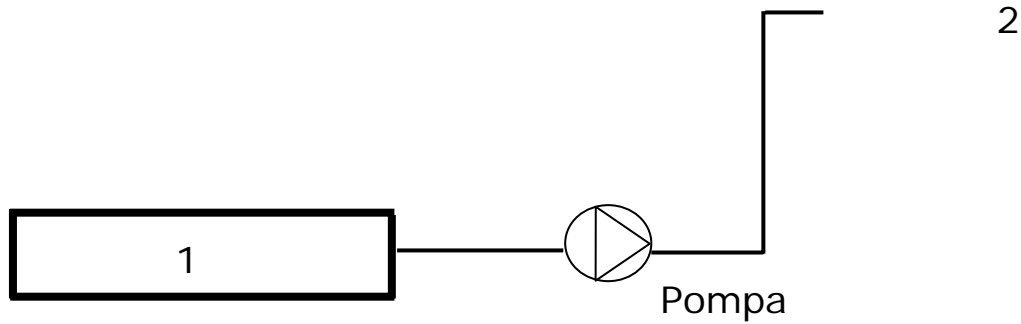


**N.B.:**  $\lambda$  rappresenta il fattore di attrito.

**ESEMPIO N° 8.**

**Sollevamento di liquidi mediante pompa.**





Due serbatoi d'acqua sono collegati da un condotto di sezione rettangolare (8·12 cm) e rugosità 0,1 mm; la geometria del percorso e i coefficienti di perdita  $\beta_i$  delle resistenze accidentali sono riportati in figura. La viscosità dell'acqua è  $0,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , la portata è di 50000 l/h. Determinare la potenza della pompa di sollevamento.

Si dimostra che è possibile ricondurre lo studio di un condotto con sezione di forma qualsiasi al caso di condotti a sezione circolare, introducendo il concetto di *Diametro idraulico* ( $D_H$ ), definito come rapporto fra la sezione di passaggio del condotto,  $A$ , e la quarta parte del suo perimetro

$$D_H = \frac{4 A}{P_B}$$

bagnato  $P_B$  (cioè la parte di perimetro della sezione a contatto con il liquido):

$$D_H = \frac{4 ab}{2(a + b)} = \frac{2ab}{a + b} \quad (\text{nel caso di condotti completamente bagnati})$$

Con  $a = 8 \text{ cm}$ ;  $b = 12 \text{ cm}$ , si ha:  $D_H = 2 \frac{ab}{a + b} = 2 \frac{8 \cdot 12}{8 + 12} = \frac{2 \cdot 96}{20} = 9,6 \text{ cm} = 0,096 \text{ m}$

Considerando il sistema chiuso, le uniche superfici a contatto con l'esterno sono quella di entrata (1) e quella di uscita (2): ad esse si fa riferimento nell'applicazione dell'equazione generale.

$$\dot{Q} - \dot{L} = \left[ \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + r \right] \cdot \dot{m}$$

$$\text{con } \begin{cases} w_2 \cong 0 & (\text{sezione del condotto pari a quella del serbatoio}) \\ w_1 \cong 0 & (\text{sezione del condotto pari a quella del serbatoio}) \\ \dot{Q} = 0 & (\text{non c'è scambio di calore con l'esterno}) \\ \dot{L} \neq 0 & (\text{potenza meccanica ceduta dalla pompa al fluido}) \\ z_2 - z_1 = 13 \text{ m} & (\text{differenza di livelli tra i serbatoi}) \\ p_2 = p_1 & (\text{pressione atmosferica}) \\ r = R/\Delta m & (\text{perdite distribuite e concentrate}) \\ \dot{m} = \Delta m/\Delta \tau = \rho \cdot \dot{V} & (\text{portata di massa}) \end{cases}$$



Perdite distribuite e concentrate :

$$r = f \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{L}{D_H} + \sum \left( \beta_i \cdot \frac{w_i^2}{2} \right) = f \cdot \frac{w^2}{2D_H} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) + \frac{w^2}{2} \cdot \sum \beta_i$$

$$w = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{50000 \text{ [l/h]} \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{/l]}}{3600 \text{ [s/h]} \cdot 96 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}} = 1,45 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{wD_H}{\nu} = \frac{1,45 \cdot 0,096}{0,75 \cdot 10^{-6}} = 185600$$

$$\varepsilon = 0,1 \text{ mm} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{D_H} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,096} = 0,00104$$

$f = 0,021$  determinato mediante il Diagramma di Moody

$$\sum \beta_i = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4) = (1 + 1,25 + 1,25 + 0,5) = 4$$

$$r = 0,021 \cdot \frac{(1,45)^2}{2 \cdot 0,096} \cdot 65 + \frac{(1,45)^2}{2} \cdot 4 = (15 + 4,2) = 19,2 \text{ J/kg}$$

$$|\dot{L}| = [0 + g(z_2 - z_1) + 0 + r] \dot{m} = [9,81 \cdot 13 + 19,2] \cdot 50000 / 3600 = 2 \text{ kW} \quad [\text{W}] = [\text{J/kg}] \quad [\text{kg/s}]$$

Determiniamo, come nell'esempio n°9, la potenza elettrica da fornire al sistema motore-pompa.

Stimiamo i rendimenti per motori con potenza di qualche kW :

$$\begin{cases} \eta_I = \text{rendimento idraulico} = 0,70 \\ \eta_{EM} = \text{rendimento elettro - meccanico} = 0,80 \end{cases}$$

La potenza elettrica da fornire al motore, vale :

$$P_{ELETTRICA} = \frac{1}{0,80} \cdot \frac{1}{0,70} \cdot 2 \cong 3,6 \text{ kW}$$

### ESEMPIO N° 9.

#### Condizionamento dell'aria di un locale.

Un locale contenente 100 persone deve essere riscaldato e ventilato immettendo 30 m<sup>3</sup>/h di aria per persona. Calcolare la potenza termica necessaria a riscaldare l'aria in entrata e la potenza elettrica necessaria al ventilatore per trasportare l'aria fuori del locale, nell'ipotesi che il rendimento globale del ventilatore sia  $\eta = 0,4$  e che il condotto abbia le caratteristiche sotto indicate.

$$\text{Dati relativi al condotto: } \begin{cases} L = 15 \text{ m} \\ a = b = 40 \text{ cm} \\ 6 \text{ curve} \rightarrow \beta = 0,5 \cdot 6 \\ \beta_{INGRESSO} = 0,5 \\ \beta_{USCITA} = 1 \\ \sum \beta = 0,5 + 0,5 \cdot 6 + 1 = 4,5 \\ \varepsilon = 150 \mu\text{m} \end{cases}$$

$$\text{Portata volumetrica: } \dot{V} = 3000 \text{ m}^3 / \text{h}$$

$$\text{Portata ponderale: } \dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = 1,2 \cdot 3000 = 3600 \text{ kg/h} = 1 \text{ kg/s}$$

Potenza termica:

$$\dot{Q} = c_p \cdot (t_2 - t_1) \cdot G \quad \text{con } c_p = \text{calore specifico a pressione costante}$$

$$\dot{Q} = 0,3 \cdot 4187 \cdot (20 - 0) \cdot 1 = 26 \text{ kW}$$

Potenza elettrica del motore del ventilatore:  $P_{ELETTRICA} = \frac{|\dot{L}|}{\eta} = \frac{\dot{m} \cdot r}{\eta}$

$$\text{con } r = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = f \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{L}{D_H} + \frac{w^2}{2} \cdot \sum \beta_i = \frac{w^2}{2} \cdot \left( f \cdot \frac{L}{D_H} + \sum \beta_i \right)$$

$$\bar{w} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{3000}{0,4 \cdot 0,4} \cong 5 \text{ m/s}$$

$$D_H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 0,4}{0,4 + 0,4} = 0,4 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon}{D_H} &= \frac{150 \cdot 10^{-6}}{0,4} = 3,75 \cdot 10^{-4} \\ Re &= \frac{\bar{w} D_H}{\nu} = \frac{5 \cdot 0,4}{20 \cdot 10^{-6}} = 10^5 \end{aligned} \right\} \text{ noti } \frac{\varepsilon}{D_H}, Re \text{ dal diagramma di Moody} \rightarrow f = 0,02$$

$$r = \frac{w^2}{2} \cdot \left( f \cdot \frac{L}{D_H} + \sum \beta_i \right) = \frac{5^2}{2} \cdot \left( 0,02 \cdot \frac{15}{0,4} + 4,5 \right) \cong 65 \text{ J/kg}$$

$$|\dot{L}| = \dot{m} \cdot r = 1 [\text{kg/s}] \cdot 65 [\text{J/kg}] = 65 \text{ W}$$

$$P_{ELETTRICA} = \frac{|\dot{L}|}{\eta} = \frac{65}{0,4} \cong 163 \text{ W}$$